

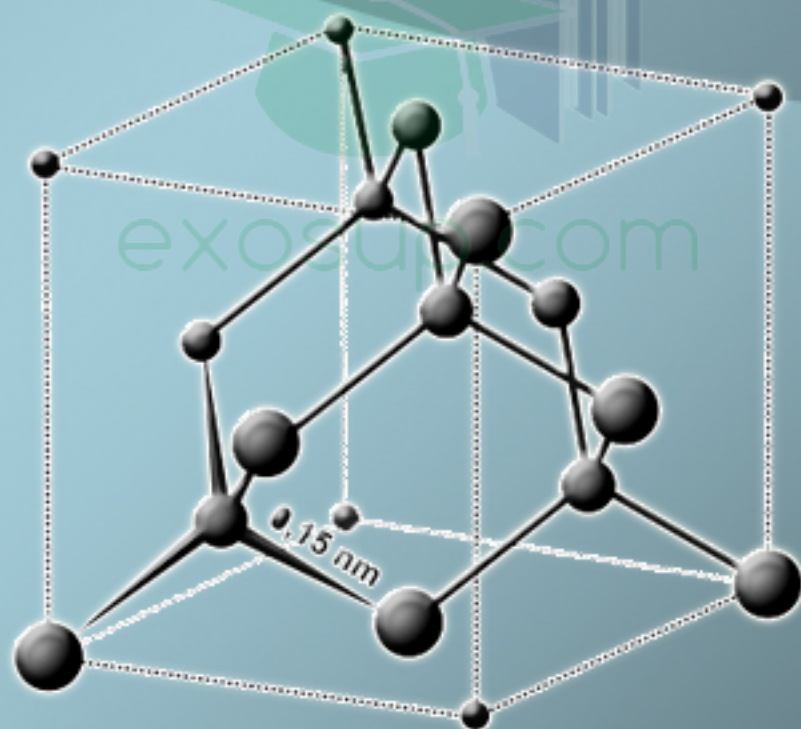
جامعة شعيب الدكالي
كلية العلوم
الجديدة



CORRECTION DES TD

CRISTALLOGRAPHIE _ GÉOMÉTRIQUE

SMP4 & SMC4



إعداد نادي النجاح
2015-2016





تمارين الأعمال التوجيهية رفقة التصحيح
من جمع وترتيب نادي النجاح
تشكراتنا لكل من ساهم من قريب أو بعيد
في إنجاز هذا العمل ونخص بالذكر الطالبة
آسية عاطف والطالب سعيد بوزكري
لمساهماتهم في إعداد وإنجاح هذا العمل

عن المكتب المسير للنادي



Email: Clubnajah2013@gmail.com

www.clubnajah.blogspot.com

www.facebook.com/succes.club

T.D. Cristallographie géométrique

Exercice 1:

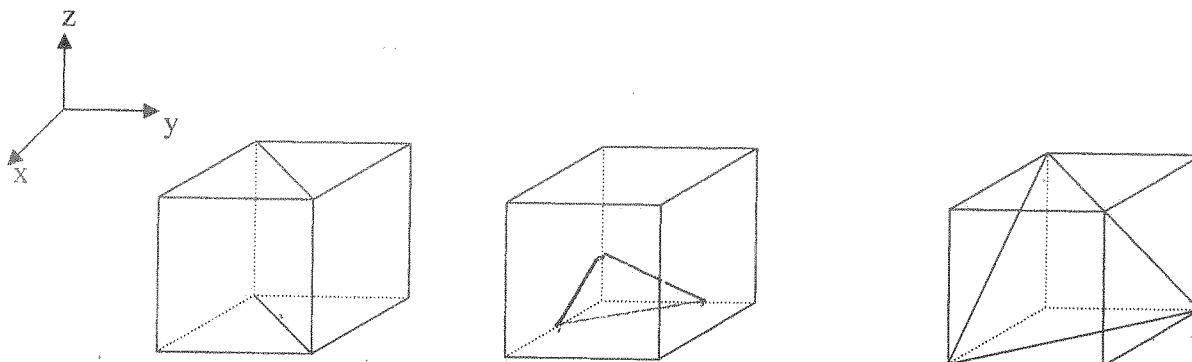
Soit le repère cristallographique orthogonal \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} .

1°) Représenter :

- Les directions des rangées : $[100]$, $[120]$ et $[123]$.
- Les plans d'indices (hkl) suivants : (100) , (120) et (111) .

2°) A quelle famille de plans appartiennent les plans qui coupent les axes : \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ; $\vec{a}/3$, $\vec{b}/2$, $\vec{c}/4$; $3\vec{a}$, $-\vec{b}/2$, $\vec{c}/2$; \vec{a} , \vec{b} , $\infty\vec{c}$?

3°) Quels sont les indices de Miller (hkl) des trois familles de plans réticulaires représentées sur le schéma suivant :



4°) Calculer l'angle des rangées $[111]$ et $[100]$ d'un réseau cubique de paramètre a .

Exercice 2 :

Expliquer pourquoi le mode de réseau de Bravais C n'existe pas dans un système cristallin quadratique.

Exercice 3 :

- Montrer qu'un axe $\bar{2}$ est équivalent à un plan miroir.
- Montrer qu'un axe $\bar{6}$ est équivalent à un axe 3 perpendiculaire à un miroir.

Exercice 4 :

Donner la projection stéréographique des groupes ponctuels de symétrie suivants :

- $3m$, $4mm$, $2/m$,
- 32 , 422 , 222 .
- Que peut-on conclure ?



Exercice 5 :

1- Donner en schématisant les positions équivalentes à (x, y, z) dans les cas suivants :

- a- Un axe 2 situé sur $\frac{1}{4} 0 z$,
- b- Un axe 2_1 situé sur $\frac{1}{4} 0 \frac{1}{2}$,
- c- Un axe 2_1 situé sur $\frac{1}{4} y 0$,
- d- Un centre d'inversion situé en $\frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4}$,
- e- Un axe 4_1 situé sur $0 0 z$,
- f- Un axe 4_2 situé sur $0 0 z$.



2- Même question dans les cas suivants :

- a- Un plan miroir m situé en $x y 0$,
- b- Un plan miroir m situé en $x \frac{1}{4} z$,
- c- Un plan de glissement a situé en $x y \frac{1}{4}$,
- d- Un plan de glissement oblique n situé en $\frac{1}{4} y.z$.

Exercice 6 :

Etablir dans chacun des cas suivants, le mode du réseau et le groupe spatial engendrés par les positions générales suivantes :

- a- $(x, y, z) ; (x, \bar{y}, z)$, $\longrightarrow P$
- b- $(x, y, z) ; (\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) ; (\bar{x}, \bar{y}, z) ; (x, \bar{y}, \bar{z})$, $\longrightarrow P$
- c- $(x, y, z) ; (\frac{1}{2} + x, \frac{1}{2} - y, \frac{1}{2} - z)$, $\longrightarrow P$
- d- $(x, y, z) ; (x, \bar{y}, \bar{z}) ; (\bar{x}, \bar{y}, z) ; (\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$, $\longrightarrow P$
- e- $(x, y, z) ; (x, \bar{y}, \bar{z}) ; (\frac{1}{2} + x, y, \frac{1}{2} + z) ; (\frac{1}{2} + x, \bar{y}, \frac{1}{2} - z)$, $\longrightarrow P$
- f- $(x, y, z) ; (\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) ; (\bar{x}, \bar{y}, z) ; (x, \bar{y}, \bar{z}) ; (\frac{1}{2} + x, y, \frac{1}{2} + z) ; (\frac{1}{2} - x, y, \frac{1}{2} - z) ; (\frac{1}{2} - x, \bar{y}, \frac{1}{2} - z) ; (\frac{1}{2} + x, \bar{y}, \frac{1}{2} + z)$, $\longrightarrow P$
- g- $(x, y, z) ; (\bar{y}, x, \bar{z}) ; (\bar{x}, \bar{y}, z) ; (y, \bar{x}, \bar{z}) ; (\frac{1}{2} + x, \frac{1}{2} + y, \frac{1}{2} + z) ; (\frac{1}{2} - y, \frac{1}{2} + x, \frac{1}{2} - z) ; (\frac{1}{2} - x, \frac{1}{2} - y, \frac{1}{2} + z) ; (\frac{1}{2} + y, \frac{1}{2} - x, \frac{1}{2} - z)$, $\longrightarrow P$

Exercice 7 :

Soit le groupe d'espace $Pnma$.

- 1- Donner la signification de ce symbole.
- 2- Donner son groupe ponctuel de symétrie et sa projection stéréographique.
- 3- Schématiser ce groupe d'espace dans le plan xOy en prenant l'origine au point d'intersection des trois plans de symétrie. En déduire les coordonnées des positions générales, conclure.
- 4- Déterminer les coordonnées des positions générales en positionnant l'origine sur un centre de symétrie.
- 5- Quelles sont les positions particulières ?
- 6- Est-ce que la classe cristalline relative au groupe d'espace $Pnma$ est holoèdre ?

TD . CRISTALLOCHIMIE
 $SMC_4 SMP_4$



A - STRUCTURES CUBIQUES :

1- On donne les paramètres cristallins des mailles cubiques des deux variétés allotropiques du fer.

$a_\alpha = 2.86 \text{ \AA}$ pour le fer α (système C.C)

$a_\gamma = 3.56 \text{ \AA}$ pour le fer γ (système C.F.C)

- Calculer le rayon atomique du fer pour chacune des deux variétés.
- Calculer la densité du fer pour chacune des deux structures. ($M_{Fe} = 55.8 \text{ g/mol}$).
- Calculer la compacité et la coordinence de chaque structure.
- Préciser la forme et le nombre de sites interstitiels pour les deux structures cubiques

B- STRUCTURES HEXAGONALES :

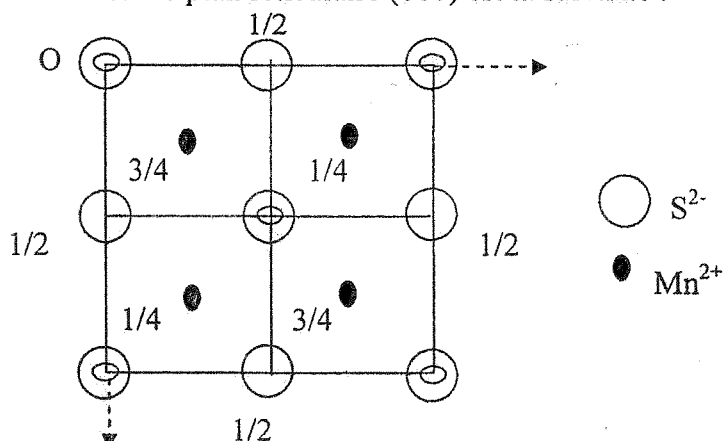
Le magnésium cristallise dans une structure hexagonale compacte qu'on admettra idéale.

- Dessiner la maille en perspective et sur le plan (xoy) (on se limitera au 1/3 de la maille).
- Montrer que le paramètre c de la maille est lié au paramètre a par la relation $c = \sqrt{8/3}a$.
- Déterminer la compacité et la coordinence du magnésium dans cette structure.
- La densité du magnésium par rapport à l'eau est $d = 1.74$. Calculer le rayon métallique du magnésium ($M_{Mg} = 24.3 \text{ g/mol}$).

C - STRUCTURES IONIQUES :

EXERCICE1 (Structure type ZnS Blende)

L'analyse chimique de la roche « Albandite » montre qu'elle est constituée des ions Mn^{2+} et S^{2-} . La diffraction des rayons X montre que l'Albandite cristallise dans un système cubique de paramètre $a = 5.60 \text{ \AA}$ et de masse volumique $\rho = 3.29 \text{ (g/cm}^3\text{)}$. La projection de la maille élémentaire de sa structure sur le plan réticulaire (010) est la suivante :



- 1) a) Quelles sont les coordonnées réduites (x, y, z) de chaque ion ?

- b) Effectuer la translation appropriée pour passer de la projection ci-dessus à la projection (xoz) d'origine Mn^{2+} ; donner alors la coordinence de S^{2-} .
- c) Quel est le nombre de motifs par maille ? Déduire la formule brute de l'Albandite (Justifier).
- d) Calculer la distance Mn – S.
- 2) a) Quel est l'empilement formé par Mn^{2+} et par S^{2-} en donnant le mode du système cristallin (Expliquer).
- b) Donner la compacité de cette structure en fonction du $R = \frac{r_{Mn^{2+}}}{r_{S^{2-}}}$ et le domaine de variation de R
- M (Mn) = 54.94 (g/mol) et M (S) = 32.06 (g/mol).

EXERCICE 2 (Structure type Antifluorine)

Le tellure de potassium K_2Te cristallise dans le type de structure antifluorine : les ions tellure occupent les nœuds d'un réseau cubique à faces centrées et les ions potassium, les sites tétraédriques. L'arête de la maille vaut 8.17 Å.

- 1) a. Donner la liste des positions atomiques.
b. Indiquer le nombre de motifs.
c. Quelle est la coordinance ?
- 2) a. Calculer la densité de ce cristal.
b. Retrouver la relation entre le paramètre de maille et les rayons ioniques de K^+ et Te^{2-} et comparer la valeur numérique à celle donnée.

Données : $M_K = 39.1$ g ; $M_{Te} = 127.6$ g ; $N = 6.022 \cdot 10^{23}$; $r_{K^+} = 1.33$ Å, $r_{Te^{2-}} = 2.21$ Å

EXERCICE 3 (Structure type NiAs)

Le sélénure de fer cristallise dans le même type de structure que NiAs. La maille élémentaire est hexagonale de paramètres : $a = 3.64$ Å et $c = 5.96$ Å.

- 1) a. Donner les coordonnées réduites de chaque ion
b. Etablir la projection de la pseudo-maille dans le plan (001).
- 2) Indiquer le motif et la coordinance de chaque type d'ion.
- 3) Vérifier que le sélénure de fer cristallise dans une structure hexagonale compacte idéale

EXERCICE 4 (Structure type ZnS wurtzite)

Dans l'oxyde de béryllium BeO , les ions O^{2-} forment un empilement hexagonal compact. Les cations Be^{2+} occupent la moitié des sites tétraédriques du réseau anionique.

- 1) Représenter la maille élémentaire (on se limitera au 1/3 de la maille hexagonale).
- 2) Calculer les paramètres de la maille sachant que les rayons des ions O^{2-} et Be^{2+} sont respectivement 1,40 Å et 0,27 Å.
- 3) Donner la projection de la maille perpendiculairement à la direction $[001]$



Série 1

Exercice 1

Rappel :

Si on compare l'ordre des atomes dans 3 états de la matière :

- $T \uparrow, P = \text{cte}$
les atomes agités
gaz réels
 - ↓
 - $T \downarrow, P = \text{cte}$
les atomes sont (-)
agités et on peut avoir
des liaisons entre
les atomes.
 - ↓
 - $P \downarrow, P = \text{cte}$
les atomes s'ordonnent
et forment plus de
liaisons.
 - ↓
 - Formation d'un
empilement Compact
chaque atome entoure
de 6 atomes
 - Un empilement semi Compact
 - Un empilement non Compact
- Aucune Tangence entre les atomes.

RQ : les atomes cessent de vibrations ou bien de s'agiter

à 0°K (-273°C)

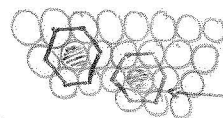
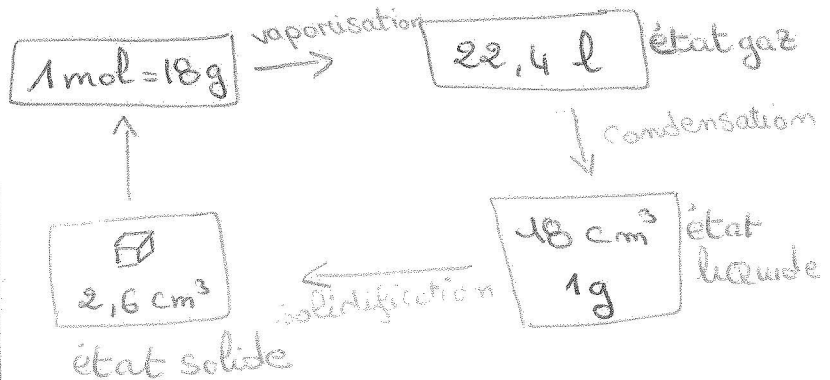
- L'état gazeux est le moins ordonné, l'état liquide peut être ordonné, l'état solide est le plus ordonné.

- s'il y'a un ordre étendu sur tout le solide \rightarrow Solide cristallisé.

Cristallographie géométrique

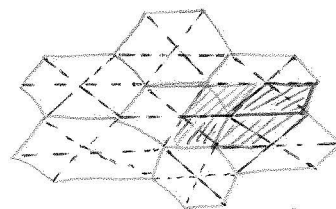
Exemple

H_2O $1 \text{ mol} = 18 \text{ g}$



Maille élémentaire

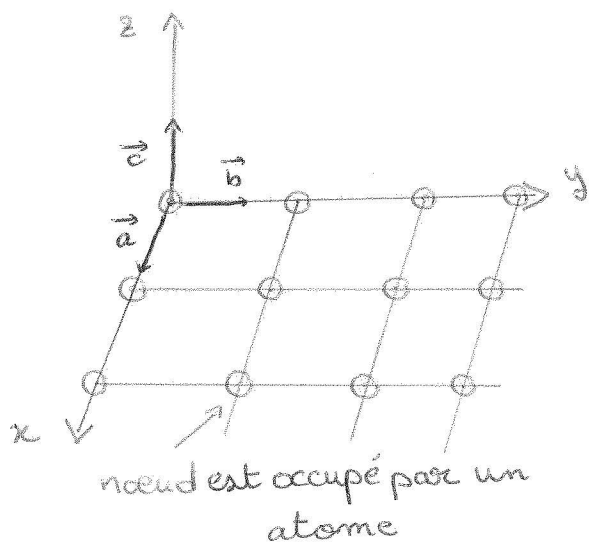
⊕ L'unité la plus élémentaire qui se répète dans les 3 dimensions de l'espace



La maille est caractéristique par 6 paramètres $\begin{cases} a, b, c \\ \alpha, \beta, \gamma \end{cases}$

les formes que peut prendre une maille sont du nombre de 7 système cristallin

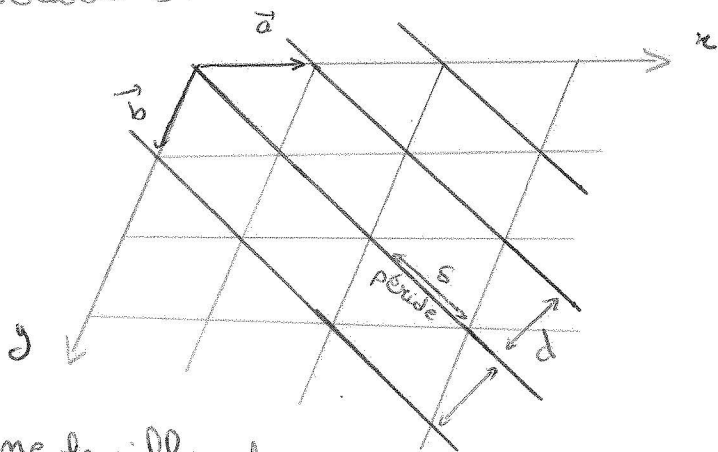
Conclusion :



- Un nœud est point géométrique qui peut être occupé par un atome ou non.
- Une rangée réticulaire : direction Cristallographie - droite cristallographique - Succession de nœuds alignés et équidistifs.



la distance entre deux nœuds est la période s .



Une famille de rangées est une ensemble de rangées // et équidistant, chaque famille de rangées est désignée par les indices u, v, w

(Notés entre crochet et sans ,) $[u, v, w]$

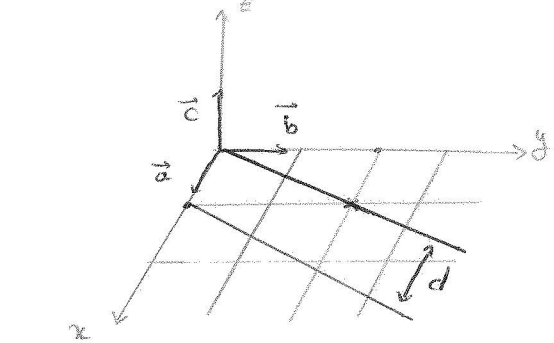
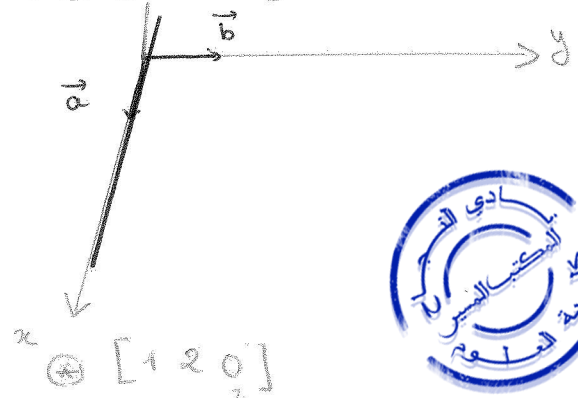
* u, v, w sont les coordonnées du 1er nœud après l'origine donc on doit chercher les indices sur la rangée par l'origine.

* \forall la famille de rangées, il y a nécessairement une rangée qui passe par l'origine.

Exercice 1

①

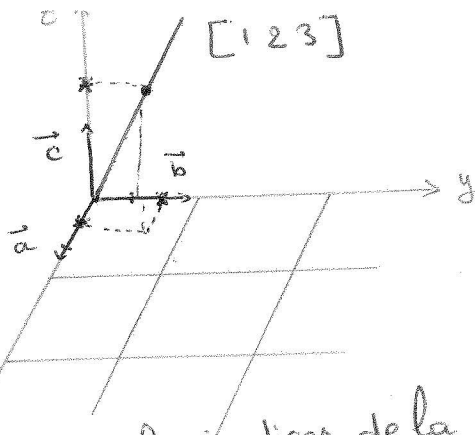
a) $[1\ 0\ 0]$



$[1\ 2\ 3]$

Si un rangée passe par un nœud de Coordonnées (u, v, w) il passe nécessairement par le nœud de Coordonnées (nu, nv, nw)

- $[1\ 2\ 3]$ passe par le nœud $(1, 2, 3)$, passe par le nœud $\frac{1}{3}(1, 2, 3) = (\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1)$



- Trouver les indices de la rangée qui passe par les nœuds $(1, 2, 0)$ et $(1, 3, 1) \rightarrow$ adjacent \rightarrow On fait la translation à l'origine

$$(1, 2, 0) \xrightarrow{T(-1, -2, 0)} (0, 0, 0)$$

$$(1, 3, 1) \xrightarrow{T(-1, -2, 0)} (0, 1, 1)$$

c'est la famille $[0 \ 1 \ 1]$

autrement :

$$(1, 3, 1) \xrightarrow{T(-1, 3, -1)} (0, 0, 0)$$

$$(1, 2, 0) \xrightarrow{T(-1, 3, -1)} (0, -1, -1)$$

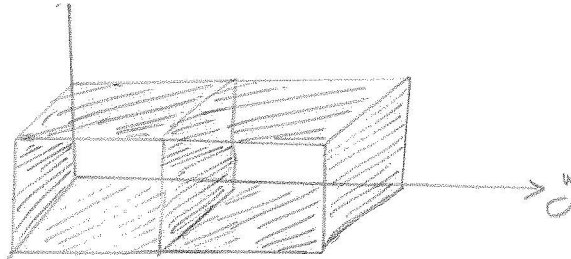
c'est la famille $[0 \ \bar{1} \ \bar{1}]$

• $[0 \ 1 \ 1]$ et $[0 \ \bar{1} \ \bar{1}]$ désignent la même famille

• $[u \ v \ w]$ $[\bar{u} \ \bar{v} \ \bar{w}]$ désignent la même famille

\Rightarrow Un plan réticulaire est définie par 3 nœuds non alignés.

\Rightarrow dans un réseau on a une infinité de possibilité de ranger des plans dans des familles.



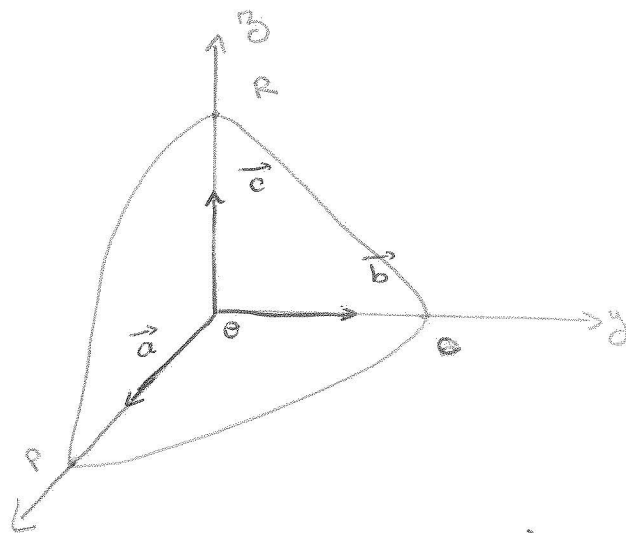
- Une famille de plans $(h \ k \ l)$
- Une famille $(h' \ k' \ l')$

- distance entre les plans : d_{hkl}

$$h = \frac{1}{|\vec{OP}|} |\vec{a}|$$

$$k = \frac{1}{|\vec{OR}|} |\vec{b}|$$

$$l = \frac{1}{|\vec{OO'}|} |\vec{c}|$$



\Rightarrow L'indice de miller sont les inverses des longueurs découpées (intersections) sur les axes ox, oy, oz par le premier plan qui ne contient pas l'origine

N.B : - pour indexer une famille de rangées on prend la rangée qui passe par l'origine

- pour indexer une famille de plans on prend 1^{er} plan qui ne contient pas l'origine.

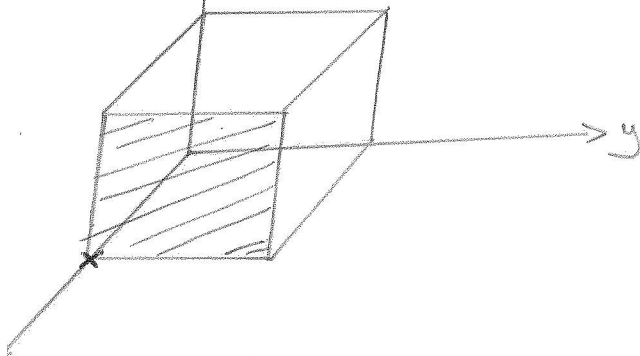
b) \otimes (100)

\otimes le plan (1,0,0) coupe l'axe :

• ox en $\frac{\vec{a}}{h} = \frac{\vec{a}}{1} = \vec{a}$

• oy en $\frac{\vec{b}}{k} = \frac{\vec{b}}{0} = \infty$ le plan $\parallel \vec{a}$ oy

• oz en $\frac{\vec{c}}{l} = \frac{\vec{c}}{0} = \infty$ le plan $\parallel \vec{a}$ oz



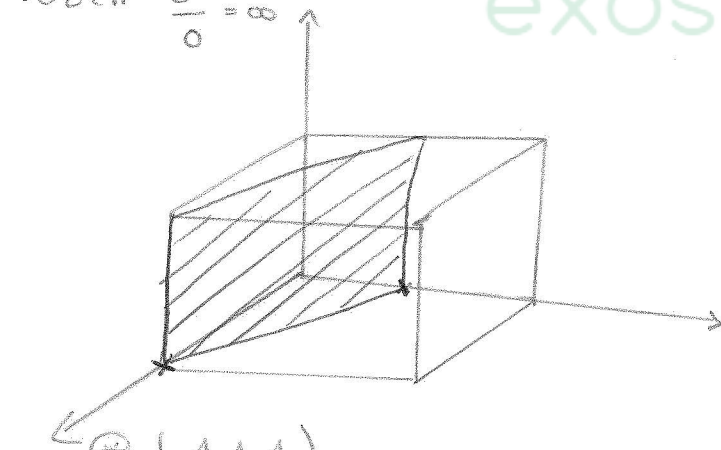
\otimes (120)

\otimes (120) coupe l'axe

• ox en $\frac{\vec{a}}{1} = \vec{a}$

• oy en $\frac{\vec{b}}{2}$

• oz en $\frac{\vec{c}}{0} = \infty$



exosup.com

\otimes (111)

le plan coupe l'axe :

ox en $\frac{\vec{a}}{1} = \vec{a}$

oy en $\frac{\vec{b}}{1} = \vec{b}$

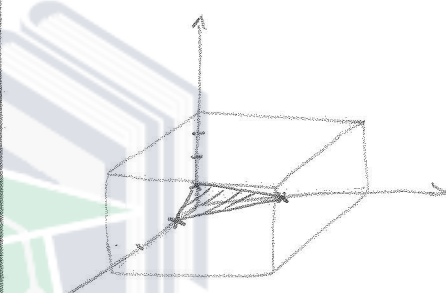
oz en $\frac{\vec{c}}{1} = \vec{c}$

② \otimes $\vec{a}/3, \vec{b}/2, \vec{c}/4$:

le plan coupe ox en $\frac{\vec{a}}{3} = \frac{\vec{a}}{h}$
 $h = 3$

le plan coupe oy en $\frac{\vec{b}}{2} = \frac{\vec{b}}{k}$
 $k = 2$

le plan coupe oz en $\frac{\vec{c}}{4} = \frac{\vec{c}}{l}$
 $l = 4$



\otimes $3\vec{a}, -\vec{b}/2, \vec{c}/2$

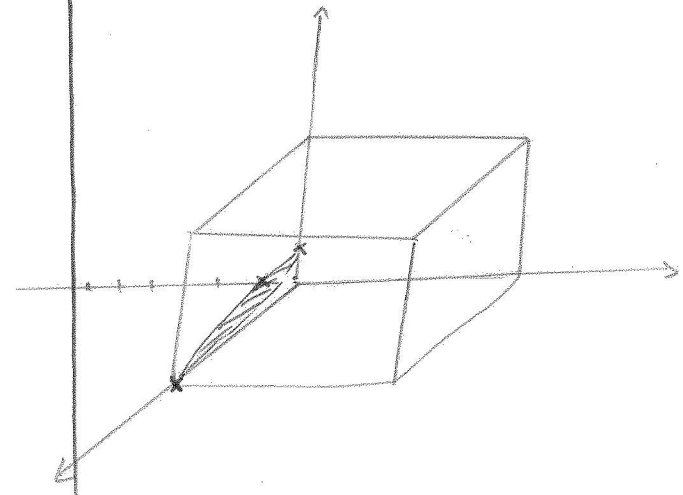
le plan coupe :

• ox en $3\vec{a} = \frac{\vec{a}}{h} \rightarrow h = 1/3$

• oy en $-\vec{b}/2 = \frac{\vec{b}}{k} \rightarrow k = -2$

• oz en $\vec{c}/2 = \frac{\vec{c}}{l} \rightarrow l = 2$

$(\frac{1}{3}, -2, 2) \times 3 \rightarrow (1 \bar{6} 6)$



- * a, b, \vec{OC}
- ox en $\vec{a} = \frac{\vec{a}}{h} \rightarrow h=1$
- oy en $\vec{b} = \frac{\vec{b}}{k} \rightarrow k=1$
- oz en $\vec{OC} = \frac{\vec{c}}{l} \rightarrow l=0$

③
* le plan contient l'origine, il faut faire une translation.
le nouveau plan coupe :

- ox en $\frac{\vec{a}}{h} = \frac{\vec{a}}{1} \rightarrow h=1$
- oy en $\frac{\vec{b}}{k} = \frac{1}{1} \vec{b} \rightarrow k=1$
- oz en $\frac{\vec{c}}{l} = \infty \rightarrow l=0$

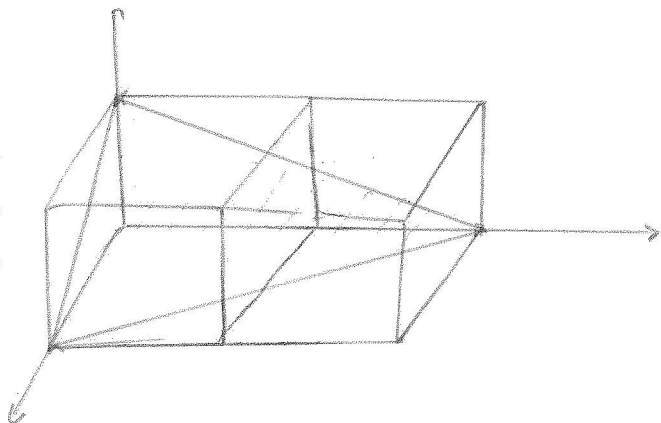
* le plan coupe l'axe :

- ox en $\frac{\vec{a}}{h} = 1 \rightarrow h=1$
- oy en $\frac{\vec{b}}{k} = 1 \rightarrow k=1$
- oz en $\frac{\vec{c}}{l} = 1 \rightarrow l=1$

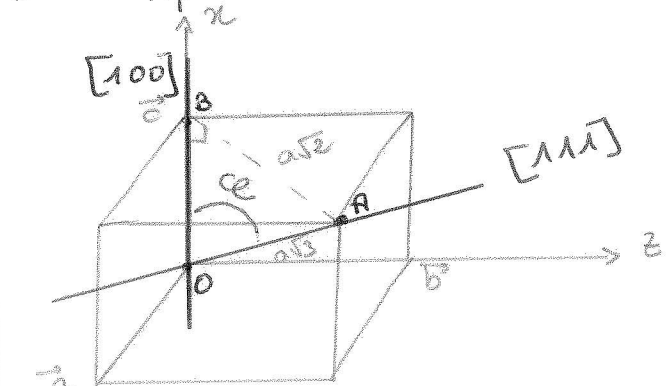
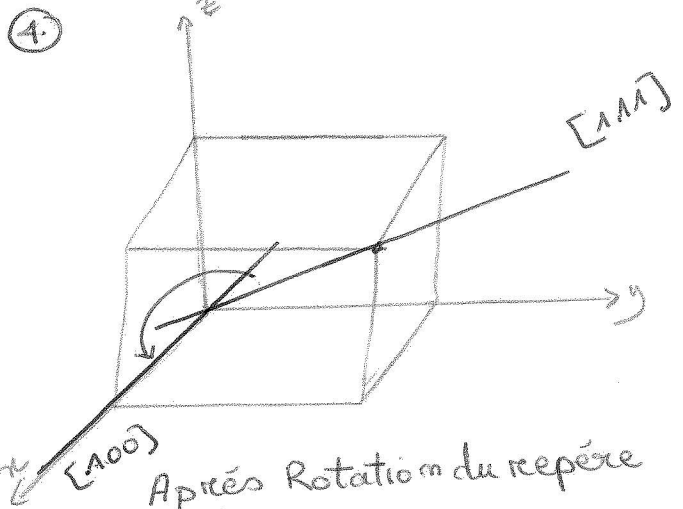
* le plan coupe l'axe :

- ox en $\frac{\vec{a}}{h} = \frac{\vec{a}}{2} \rightarrow h=2$
- oy en $2\frac{\vec{b}}{3} = \frac{\vec{b}}{k} \rightarrow k=3/2$
- oz en $\frac{\vec{c}}{l} = \frac{\vec{c}}{4} \rightarrow l=4$

$$(2, \frac{3}{2}, 4) \times 2 \rightarrow (4, 3, 8)$$



- * 1er repère : $(1, 1/2, 1)$
- * 2ème repère : $(2, 1, 2)$
- \Rightarrow Changement de repère.



- le grand diagonale $OA = a\sqrt{3}$
- le diagonale d'une face $AB = a\sqrt{2}$

$$\cos \varphi = \frac{OB}{OA} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sin \varphi = \frac{AB}{OA} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$\varphi = 54,7362^\circ$$



Autrement

le produit scalaire $\vec{V}_{[111]} \cdot \vec{V}_{[100]}$

$$\varphi = (\vec{V}_{[111]}, \vec{V}_{[100]})$$

$$\vec{V}_{[111]} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$

$$\vec{V}_{[100]} = \vec{a}$$

$$\vec{V}_{[111]} \cdot \vec{V}_{[100]} = |\vec{V}_{[111]}| \cdot |\vec{V}_{[100]}| \cos \varphi$$

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{a^2} \cos \varphi$$

$$= \sqrt{3a^2} \sqrt{a^2} \cos \varphi$$

$$\cos \varphi \times \sqrt{3} a^2 = a^2$$

$$\Rightarrow \cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

③

$$\textcircled{2} \Rightarrow ox = \frac{1}{h} = 1 \Rightarrow h = 1$$

$$oy = \frac{1}{k} = 1 \Rightarrow k = 1$$

$$oz = \frac{1}{l} = 1 \Rightarrow l = 1$$

$$\text{plan } (1, 1, 1)$$

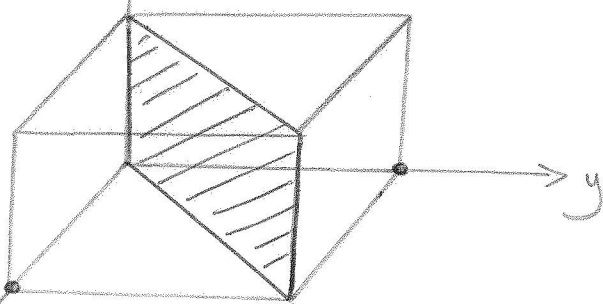
$$\textcircled{3} \Rightarrow ox = \frac{1}{h} = \frac{1}{2} \Rightarrow h = 2$$

$$oy = \frac{1}{k} = \frac{2}{3} \Rightarrow k = \frac{3}{2}$$

$$oz = \frac{1}{l} = \frac{1}{3} \Rightarrow l = 3$$

$$\text{plan } (2, \frac{3}{2}, 3) \Rightarrow (4, 3, 6)$$

④ \Rightarrow



• première origine
• deuxième origine

• coupe oz en $a \rightarrow -\vec{a} = 0$

• coupe \vec{oz} en -1

• coupe \vec{oy} en $1 \Rightarrow \text{plan } (1, 1, 0)$

changement d'origine

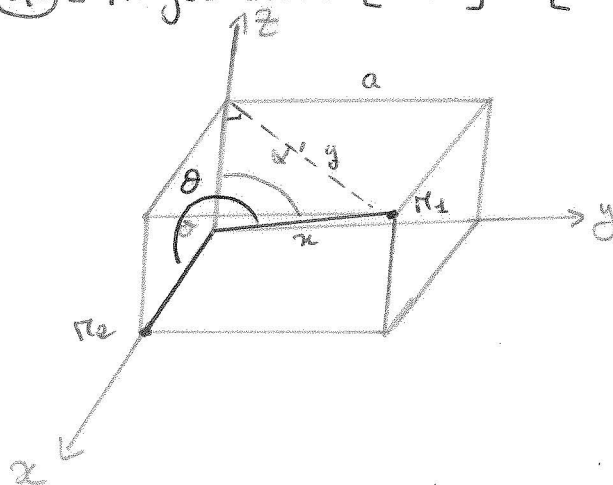
• coupe ox en 1

• coupe oy en -1

• coupe oz en 0

$\Rightarrow \text{plan } (1, \bar{1}, 0)$

④ - Angle entre $[111]$ et $[100]$



$$[111] \Rightarrow \vec{OP_1} \text{ tq } P_1 \left| \begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{matrix} \right|$$

$$[100] \Rightarrow \vec{OP_2} \text{ tq } P_2 \left| \begin{matrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right|$$

$$x^2 = y^2 + a^2$$

$$x^2 = 2a^2 + a^2 = 3a^2$$

$$x = a\sqrt{3}$$

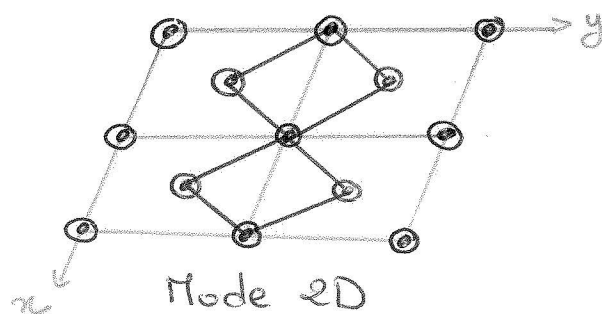
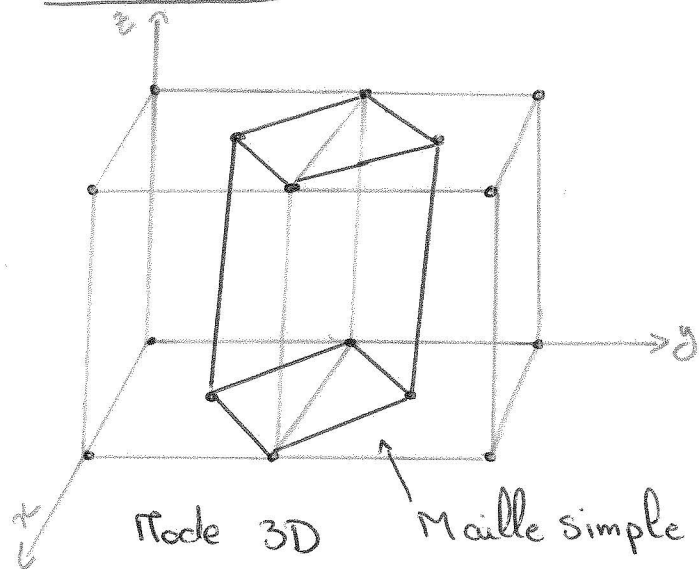
$$\cos \alpha' = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\alpha' =$$

$$\theta = \alpha' + \frac{\pi}{2}$$



Exercice 2

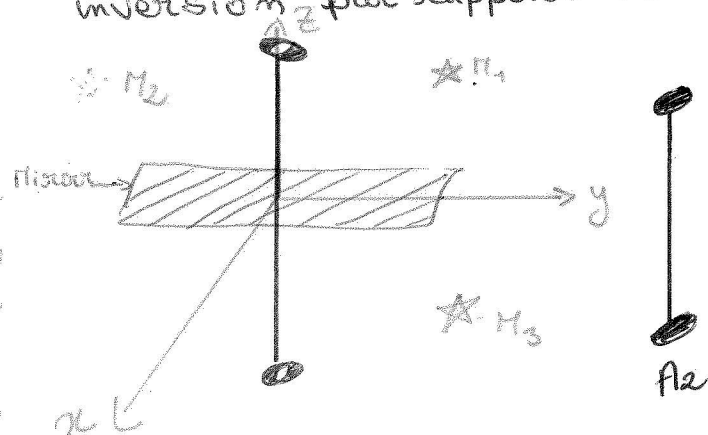


Mode C n'existe pas dans système quadratique : Car il ya une maille plus petit celle existe le système correspondance.

Exercice 3

④ $\pi_1 \cdot \bar{2} \equiv m$

$\bar{2}$: Rotation de π ($\frac{2\pi}{2}$) suivant l'axe d'inversion m par rapport à O .



$$\pi_1 \xrightarrow{\bar{2}} \pi_2$$

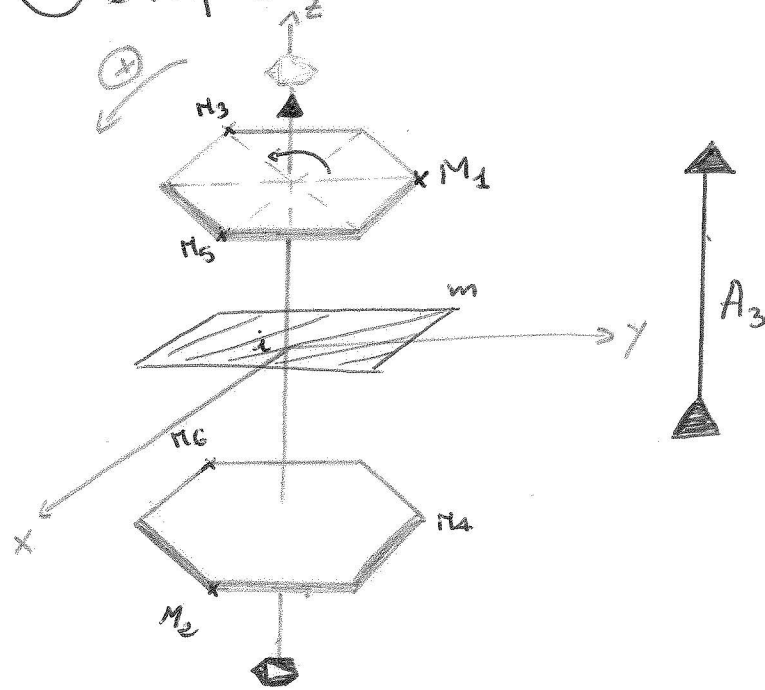
$$\pi_1 \xrightarrow{\bar{2}} \pi_3$$

$$\pi_2 \xrightarrow{i} \pi_3$$

$$\pi_1 \xrightarrow{\bar{2}} \pi_3$$

$$m \perp 3$$

② $\pi_1 \bar{6} \equiv 3 \perp m$



$$\pi_1 \rightarrow \pi_3 = \frac{2\pi}{3}$$

$$\pi_1 \pi_3 \pi_5 \xrightarrow{\bar{6}} \pi_2 \pi_4 \pi_6$$

$$\pi_1 \pi_3 \pi_5 \xrightarrow{m} \pi_2 \pi_4 \pi_6$$

$$\pi_1 \xrightarrow{3} \pi_3 \xrightarrow{3} \pi_5$$

$$\Rightarrow \bar{6} \equiv 3 \perp m$$

Exercice 1

④ - angle $[100]$ et $[111]$

$$\cos \theta = \frac{a}{a\sqrt{3}} \Rightarrow \theta$$

$$\vec{A} \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad \vec{B} \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos(\vec{A}, \vec{B})$$



Exercice 4

3m : rhomboédrique

4mm : quadratique

2/m : monoclinique

9 □ □ : Orthorombique

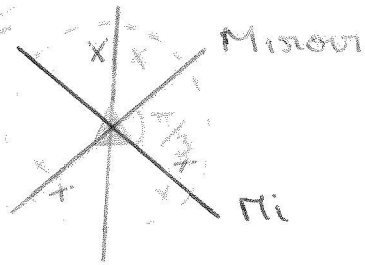
3 □ □ : rhomboédrique

□ 3 □ : cubique

6 □ □ Hexagone

4 □ □ quadratique

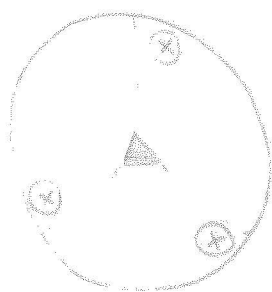
3m



Quand a axe d'ordre 3, on a 3 miroirs contenant le plan.

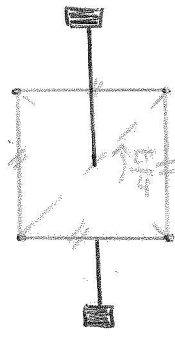
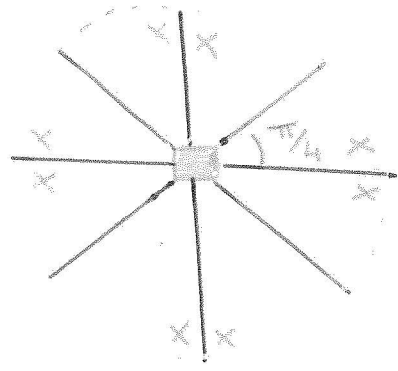
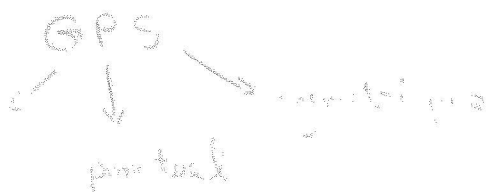
- Quand on a axe d'ordre n ; on a n miroirs contenant le plan

3/m



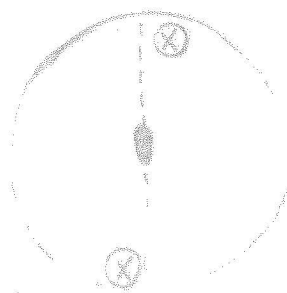
$A_3 \perp m$

4mm



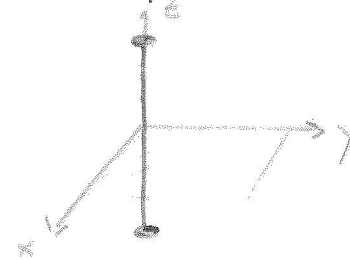
$A_4 2m 2m'$
422.

2/m



$A_2 \perp \text{plan}$

$A_2 \parallel \vec{Oz}$

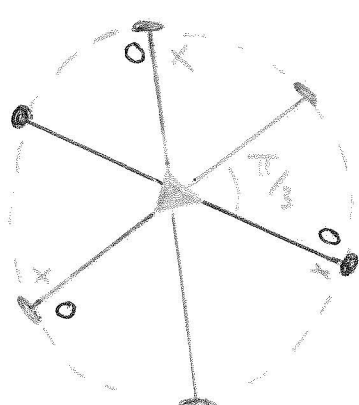


$m(xoy)$
 (110)

$A_2 \cap m = i$

Centrosymétrique

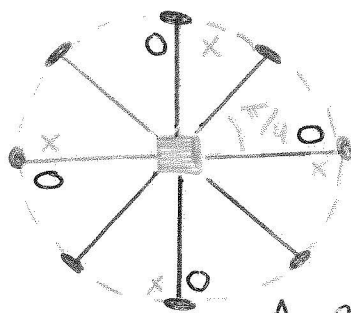
32



$A_3 \parallel \vec{Oz}$
 $A_2 \parallel Oz$
ou
 $A_2 \parallel Oy$

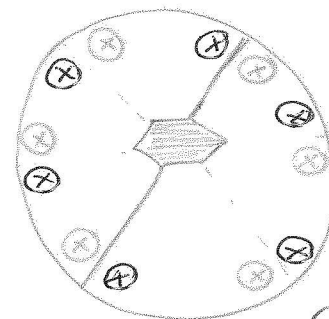
$A_3 \perp A_2$

422



$A_4 \parallel \vec{OZ}$
 $A_4 \perp A_2$
 $A_2 \in \text{plan } (xoy)$

$A_4 \ 2A_2 \ 2A_2'$
 422

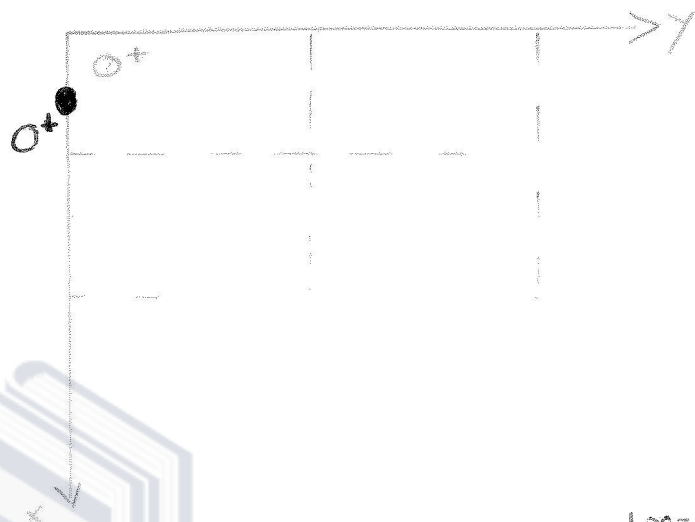


6/mmm

①

$(m, \hat{m}') = \frac{\pi}{6}$

2 - Un axe 2 situé $\frac{1}{4}$ OZ :

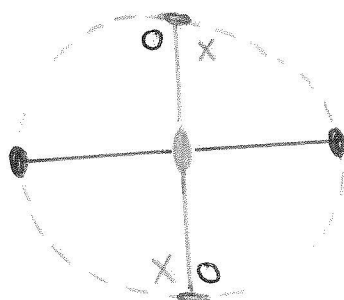


$A_2 \parallel OZ$ situé en $\begin{cases} x = \frac{1}{4} \\ y = c \end{cases}$
 $\Rightarrow A_2 \perp (xoy)$ ou (001)

$(0210) \rightarrow$  (100)

$(x, y, z) \rightarrow (\frac{1}{2} - x, \bar{y}, z)$

222



$A_2 \parallel \vec{OZ}$

$A_2 A_2' A_2''$

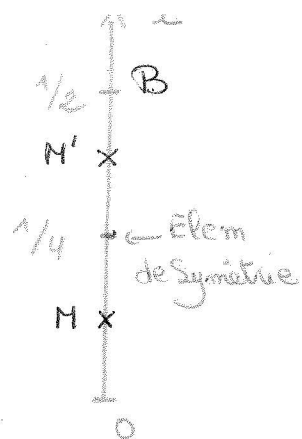
Indications

$O^+ \begin{vmatrix} +x \\ +y \\ +z \end{vmatrix}$ $O^+ \begin{vmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ z \end{vmatrix}$

Exercice 5

6





$$OM \parallel \frac{z}{2}$$

$$\begin{aligned}\vec{OM}' &= \vec{OB} + \vec{BM}' \\ &= \frac{1}{2} - \vec{OM} \\ &= \frac{1}{2} - x.\end{aligned}$$

b - Un axe \mathcal{L}_1 situé sur $\frac{1}{4}$ z

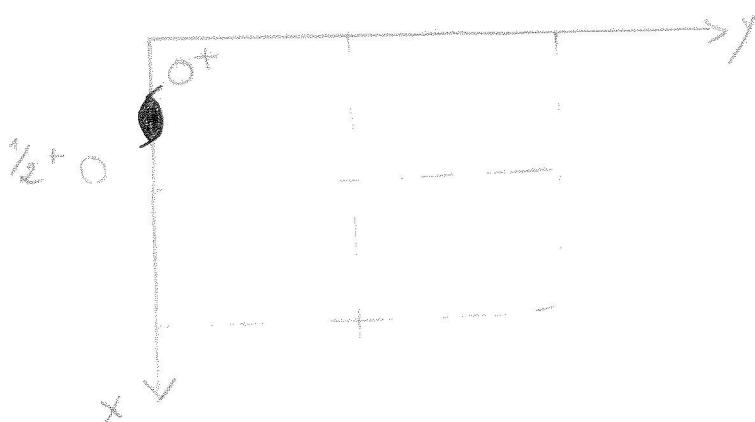
$\mathcal{L}_1 \parallel OZ$ situé en $\frac{1}{4}$

$\mathcal{L}_1 \perp (xoy)$ ou (001)

\mathcal{L}_1 : Rotation de $\frac{2\pi}{2} = \pi$ autour

de $A_2 \parallel OZ$, suivant d'une

Translation de $\vec{T} = \frac{\vec{e}}{2}$



$$(x, y, z) \rightarrow (\frac{1}{2} - x, \bar{y}, \frac{1}{2} + z)$$

c - Un axe \mathcal{L}_1 situé sur $\frac{1}{4}$ y 0

QQ

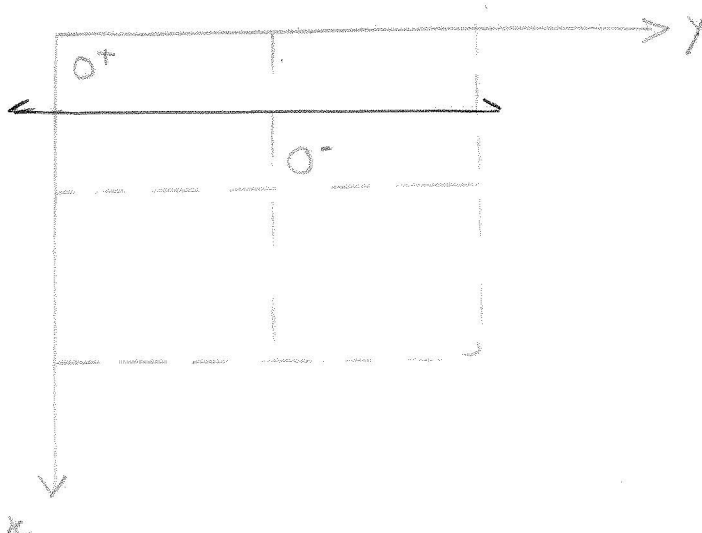
$\mathcal{L}_1 \parallel OZ$: $A_2 \parallel (ox, oy)$:

$\mathcal{L}_1 \parallel OX$:

$\mathcal{L}_1 \parallel OY$:

$A_2 \parallel OZ$:

$\mathcal{L}_1 \parallel OY$ situé en $\begin{cases} x = \frac{1}{4} \\ z = 0 \end{cases}$

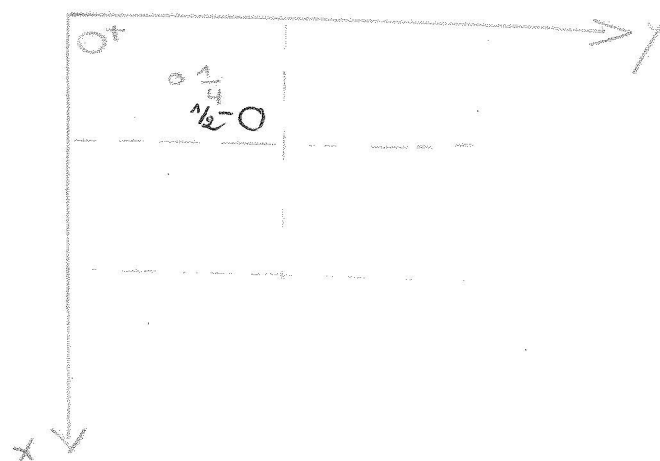


$$(x, y, z) \rightarrow (\frac{1}{2} - x, \frac{1}{2} + y, \bar{z})$$

d - Un Centre d'inversion situé

en $\frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4}$

$$i \text{ en } \begin{cases} x = \frac{1}{4} \\ y = \frac{1}{4} \\ z = \frac{1}{4} \end{cases} \quad i : 0$$



$$(x, y, z) \xrightarrow{i} (\frac{1}{2} - x, \frac{1}{2} - y, \frac{1}{2} - z)$$



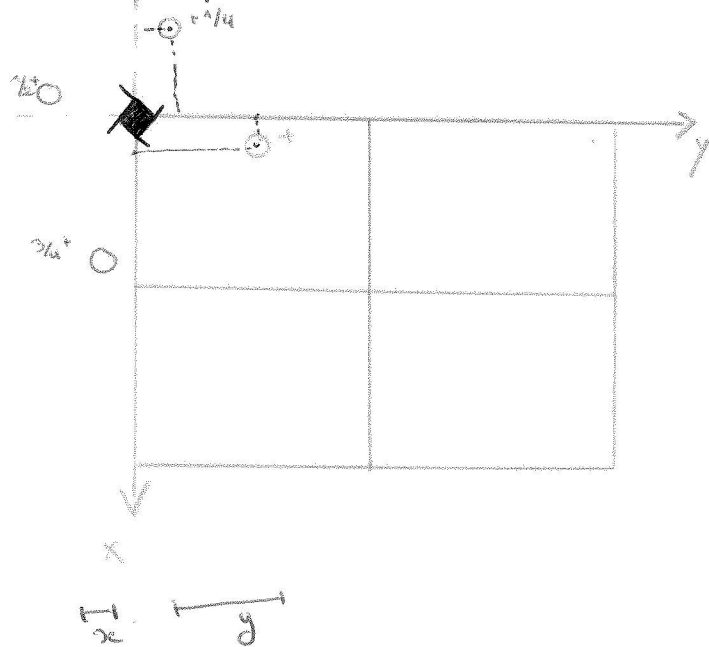
c) L_1 situé sur Oxz :

$L_1 \parallel \vec{Oz}$ en $(0,0)$

• rotation de $\frac{2\pi}{4}$ autour de \vec{Oz}

• Translation

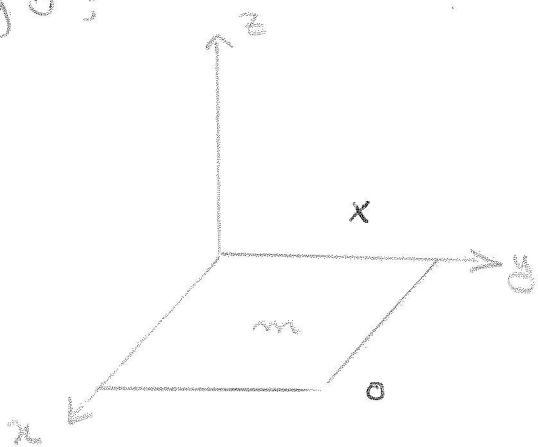
$$\vec{t} = \frac{1}{4} \vec{e}$$



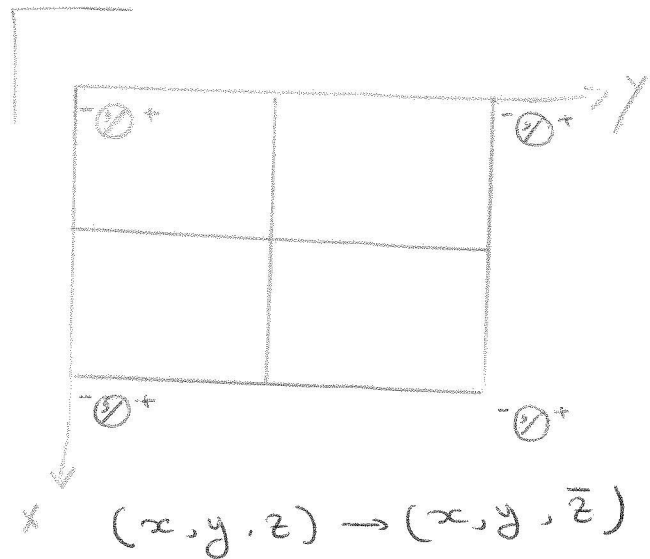
$$(x, y, z) \rightarrow (\bar{y}, x, \frac{1}{4} + z) \rightarrow (\bar{x}, \bar{y}, \frac{1}{2} + z) \rightarrow (y, \bar{x}, \frac{3}{4} + z)$$

②

2. Un plan miroir m situé en xoy :



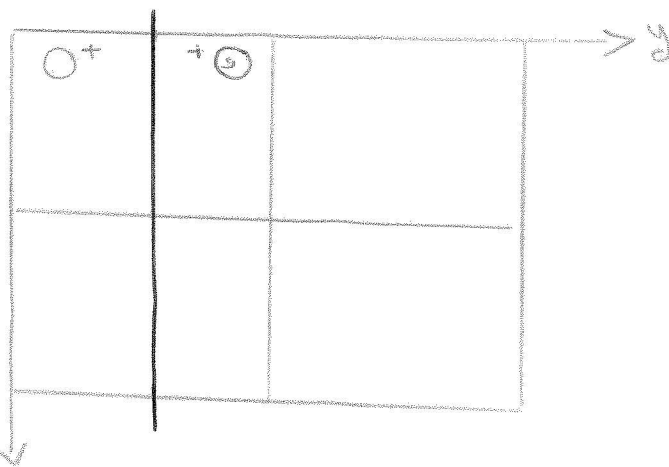
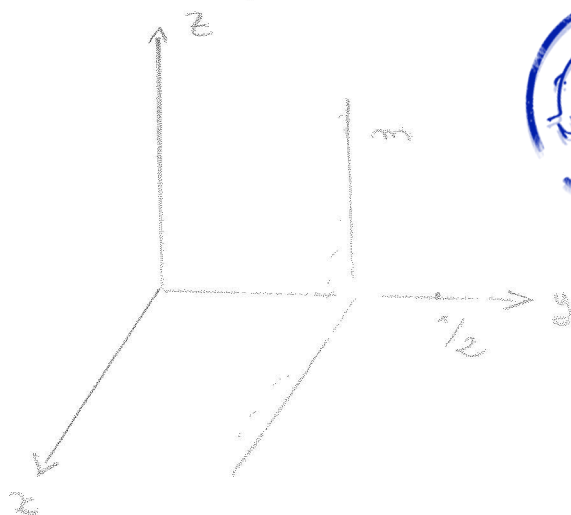
$$m \parallel (xoy) \perp \vec{Oz} \\ z = 0$$



b/ miroir m situé en $x \perp \frac{1}{4} z$:

$m \parallel xoz \perp \vec{Oy}$

situé à $y = \frac{1}{4}$



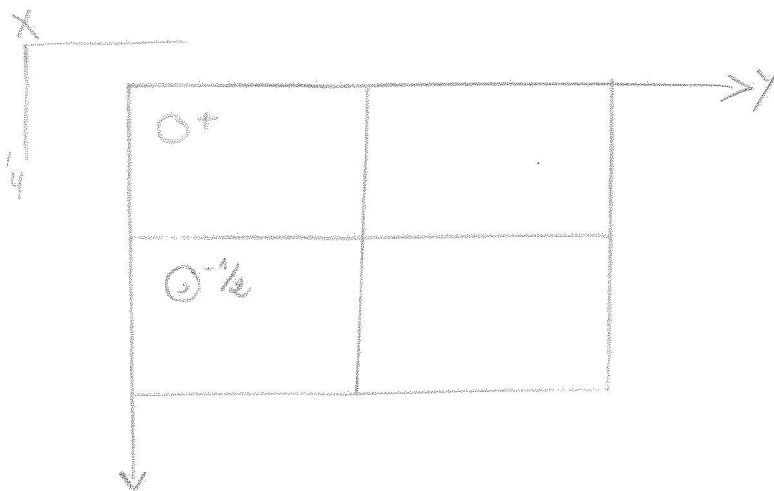
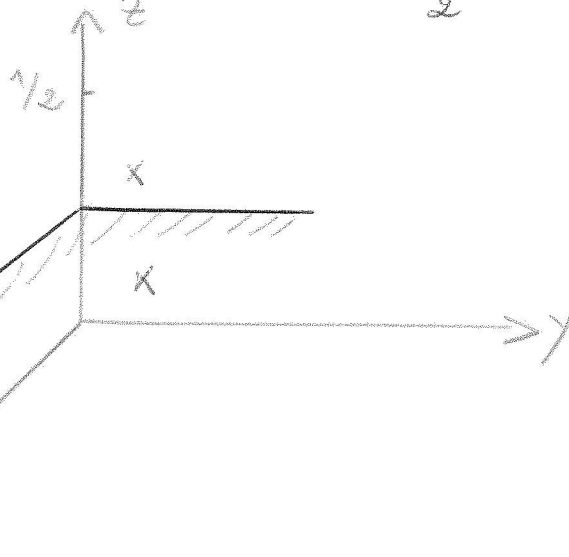
$$(x, y, z) \rightarrow (x, \frac{1}{2} - y, z)$$

RQ: l'image par miroir ②

c/ - Un plan de glissement a
situé en $x, y, \frac{1}{4}$

plan " miroir " // xoy $\perp oz$

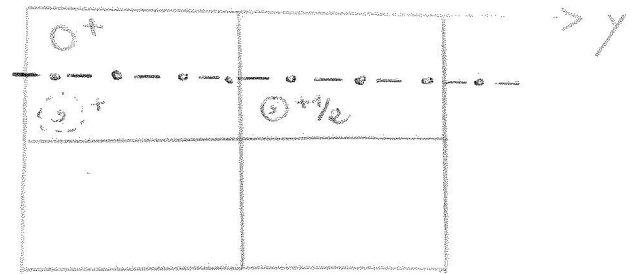
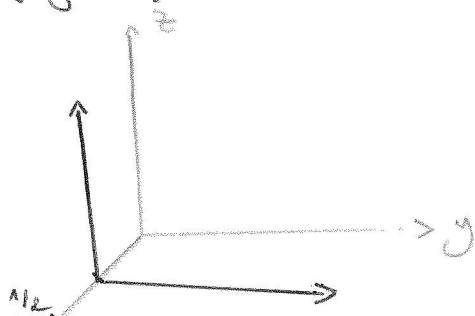
Situé en $z = \frac{1}{4}$ $\vec{t} = \frac{1}{2} \vec{a}$



$$(x, y, z) \rightarrow \left(\frac{1}{2} + x, y, \frac{1}{2} - z\right)$$

d/ - Un plan de glissement
oblique m situé en $\frac{1}{4} y, z$

RQ: oblique: glissement selon
deux axes, dans notre cas
selon (oy, oz)



parallèle à oy : -
parallèle à ox : .

$$\vec{t} = \frac{\vec{a}}{2} + \frac{\vec{b}}{2}$$

$$\vec{t} = \frac{\vec{a}}{2} + \frac{\vec{c}}{2}$$

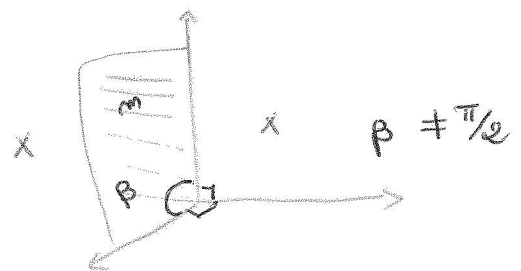
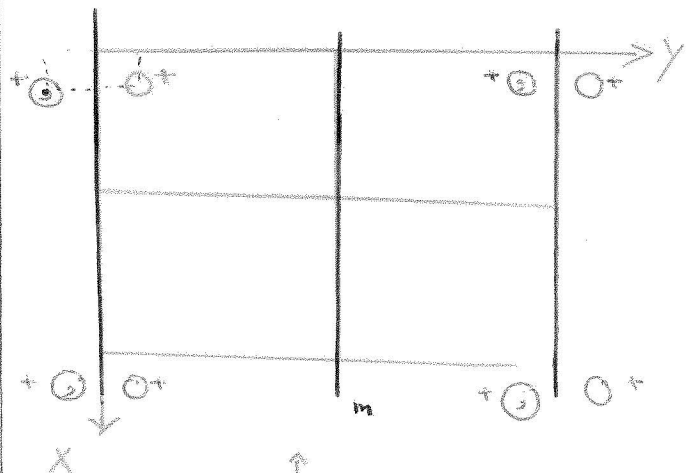
$$(x, y, z) \rightarrow \left(\frac{1}{2} - x, \frac{1}{2} + y, \frac{1}{2} + z\right)$$



Exercice 6

GPS : On a m'a pas de translation

$$a/ - (x, y, z) (x, \bar{y}, z)$$

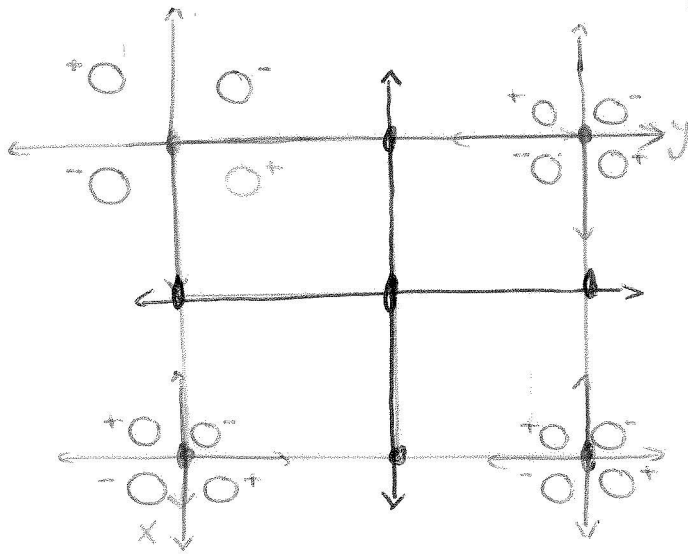


$$m \perp oy$$

System monoclinique

$$\odot \text{GPS} : m \quad \odot \text{GS} : P_m$$

b. $(x, y, z) (\bar{x}, y, \bar{z}) (\bar{x}, \bar{y}, z)$
 (x, \bar{y}, \bar{z})



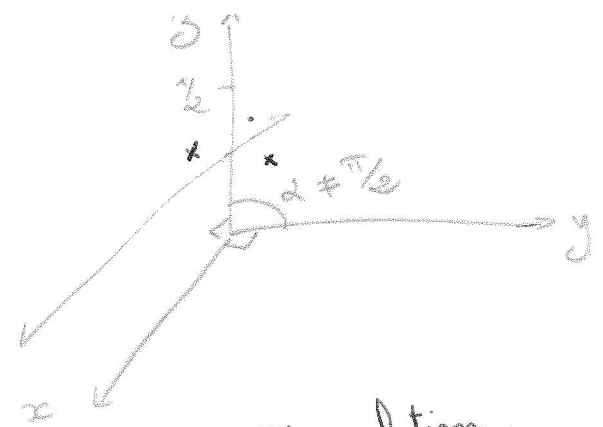
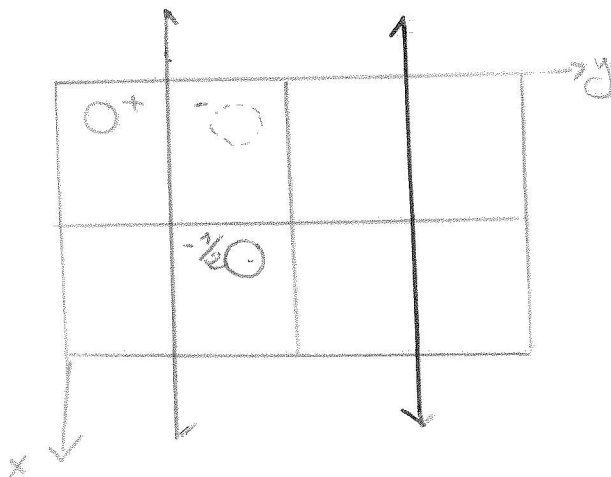
- axe 2 // oz
- axe 2 // oy
- axe 2 // ox
- axe cachée
- axe principale

3axe 2 \Rightarrow orthorombique.
 \Rightarrow Mode P.

GPS : 222

GS : P_{222}

c. $(x, y, z) (\frac{1}{2} + x, \frac{1}{2} - y, \frac{1}{2} - z)$



Rotation de π + Translation.

$\Rightarrow z_1 // ox$.

monoclinique

GPS : 2

RQ
Si on a :

$(\frac{1}{2} + x, \frac{1}{2} + y, \frac{1}{2} + z)$ on peut

Remplacer (x, y, z) par 0

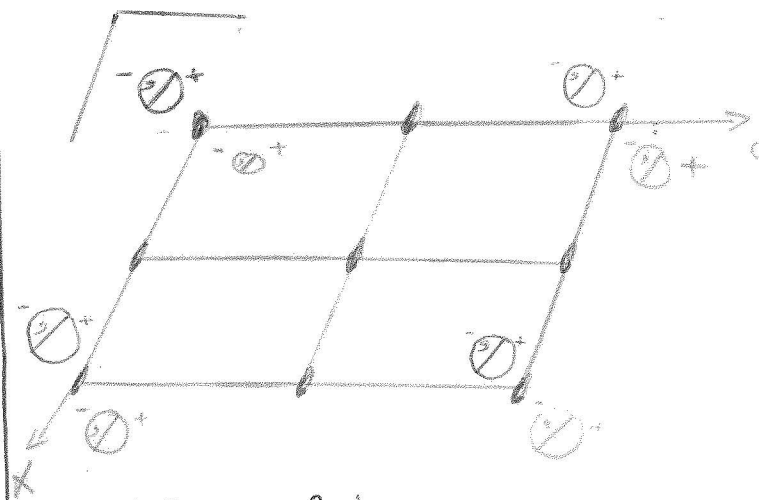
et on obtient $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

\Rightarrow Node I

GS : P_{21}

d. $(x, y, z) (x, y, \bar{z}) (\bar{x}, \bar{y}, z)$

$(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$



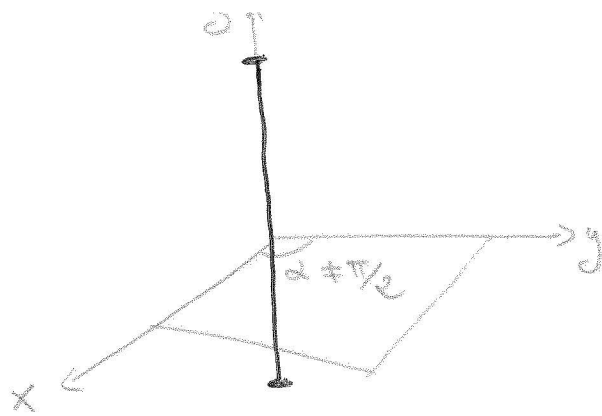
GPS : 2/m

Centrosymétrie

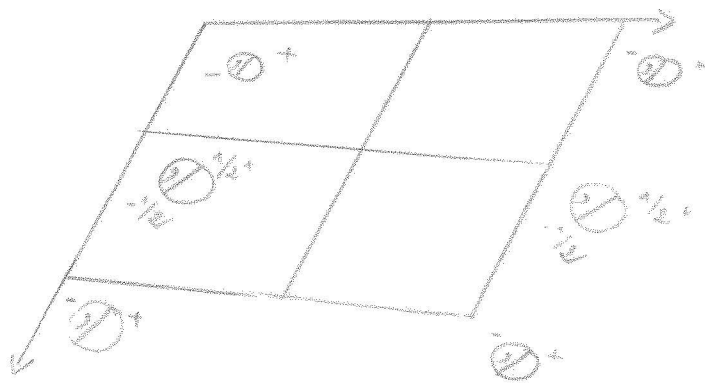
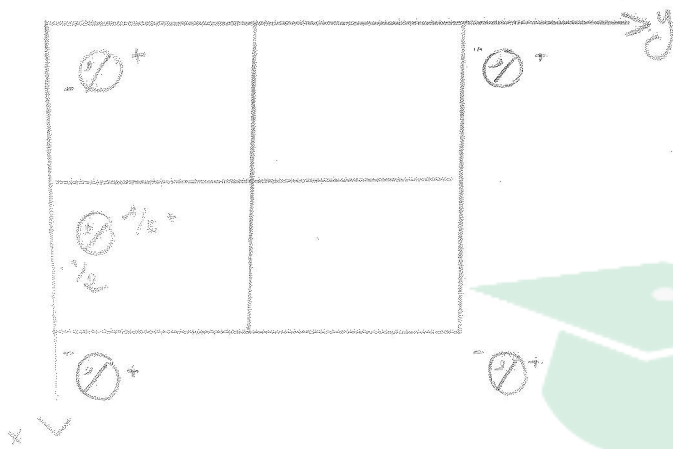
Node P

GS : $P_{2/m}$





$$e. (x, y, z) (x, y, \bar{z}) (\frac{1}{2} + x, y, \frac{1}{2} + z) (\frac{1}{2} + x, y, \frac{1}{2} - z)$$



GPS : $2/m$

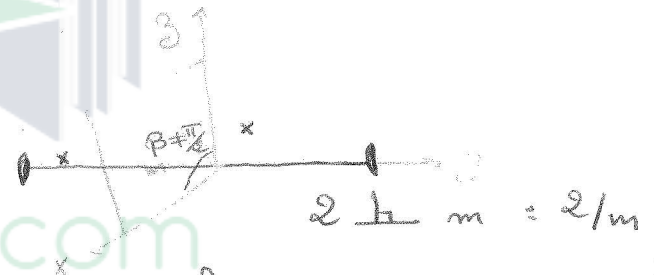
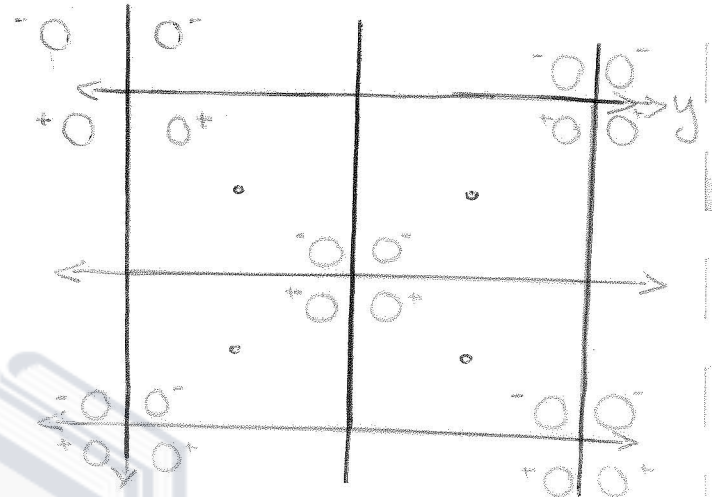
Node B. (non centrosymétrique)

$$(\frac{1}{2}x, y, \frac{1}{2} + z)$$

si on Remplace par 0, on obtient par $(\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2})$

(\vec{a}, \vec{c}) Centre GS : B_m Monoclinique

$$z = (x, y, z) (x, y, \bar{z}) (x, y, z) (\frac{1}{2} + x, y + \frac{1}{2}, \bar{z}) (\frac{1}{2} - x, y + \frac{1}{2}, \bar{z}) (x, y, z) (\frac{1}{2} - x, \frac{1}{2} - y, \bar{z}) (\frac{1}{2} + x, \frac{1}{2} - y, \bar{z})$$



Sys monoclinique.
si on remplace 0 dans

$$(\frac{1}{2} + x, \frac{1}{2} + y, z) \text{ on obtient}$$

$$(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0)$$

\Rightarrow Mode C.

GPS : $2/m$

GSS : $C_{2/m}$

o : Centre d'inversion



$$g = (x, y, z) \rightarrow (y, x, z) \rightarrow (x, y, z)$$

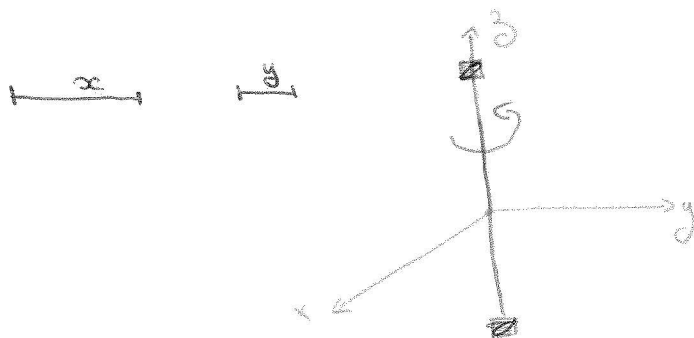
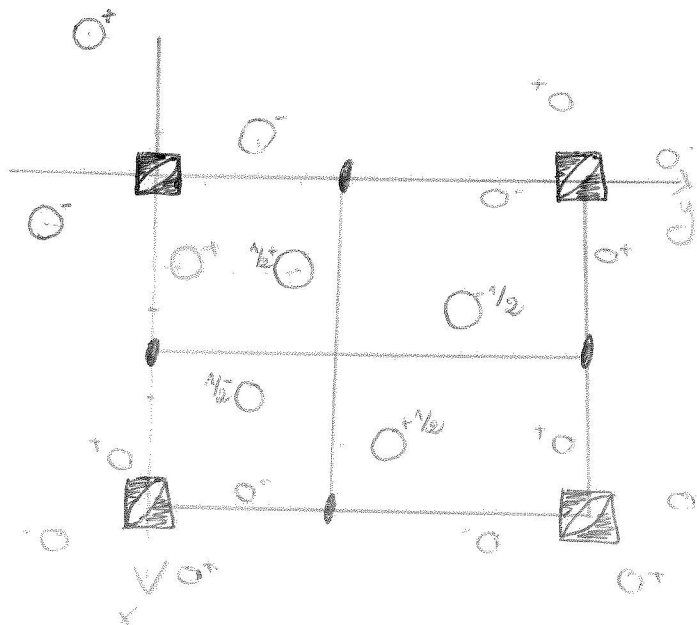
$$(y, x, z) \rightarrow (\frac{1}{2} + x, \frac{1}{2} + y, \frac{1}{2} + z)$$

$$(\frac{1}{2} - y, \frac{1}{2} + x, \frac{1}{2} - z)$$

$$(\frac{1}{2} - x, \frac{1}{2} - y, \frac{1}{2} + z)$$

$$(\frac{1}{2} + y, \frac{1}{2} - x, \frac{1}{2} - z)$$

l'axe z fait Transformer
 x en $-y$



Axe z avec Inversion

$$A_1 \parallel O_3$$

Sys Quadratique.

$$G.P.S. : \bar{4}$$

$$G.S.S. : I_{\bar{4}}$$

Si on remplace z dans

$$(\frac{1}{2} + x, \frac{1}{2} + y, \frac{1}{2} + z) \text{ on obtient}$$

$$(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \Rightarrow \text{Centre}$$

Exercice 7

1/- C'est la notation selon
Herman - Nauguin.

* P : mode simple ou primitive.

* n : plan de glissement oblique
 \perp ox .

l'opération de symétrie est :
réflexion r/p (zoy) suivit de
Translation

$$\vec{T} = \frac{1}{2} \vec{b} + \frac{1}{2} \vec{c}$$

* m : plan miroir. \perp oy :

réflexion r/p (xoz)

* a : plan de glissement axial

\perp oz : Réflexion r/p (xoy)
suivit de $\vec{T} = \frac{1}{2} \vec{a}$.

orthonombique

$$P_{123}$$

* Si plan : 1 \perp (ox)

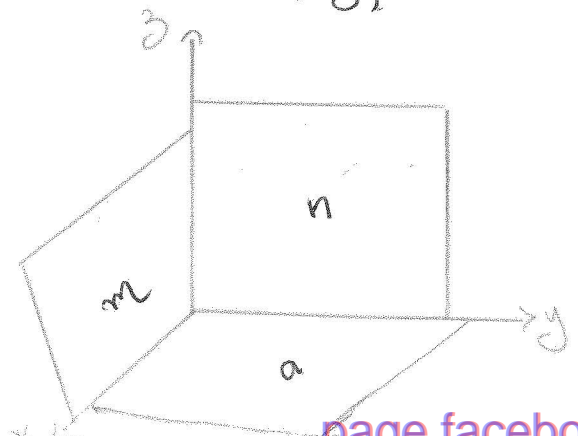
2 \perp (oy)

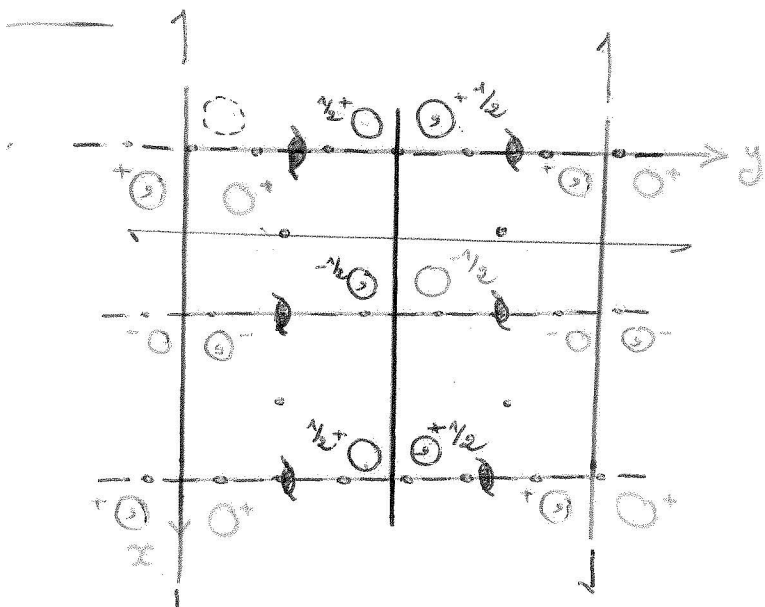
3 \perp (oz)

* Si axe : 1 \parallel (ox)

2 \parallel (oy)

3 \parallel (oz)





- : n.
- : a
- : m
- : miroir caché

* axe $z_1 \parallel oz$

* axe $z_1 \parallel ox$

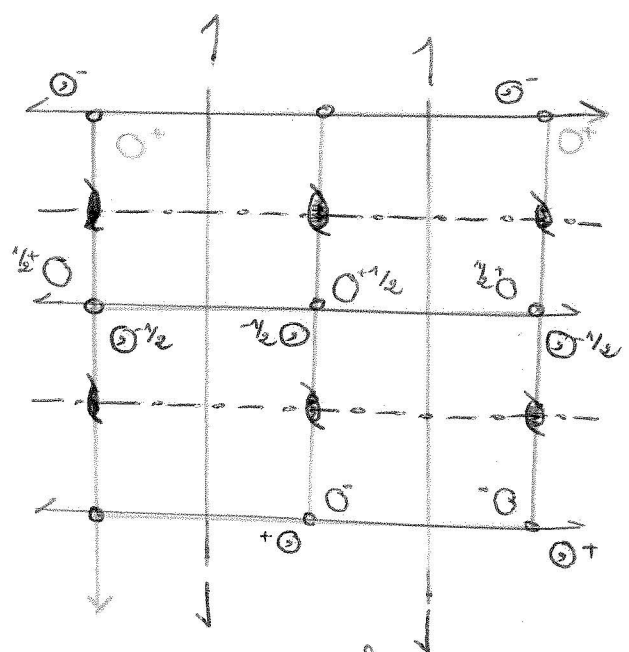
* axe $z_1 \parallel oy$

si il y a Translation $(-\frac{1}{2})$
on pense à z_1 .

GPS : $P_{2/a} z_1/n \ z_2/m$

4/-

Translation d'origine
en $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$



les positions générales

$(x y z) (\bar{x} \bar{y} \bar{z}) (\bar{x}, \frac{1}{2} + y, \bar{z})$

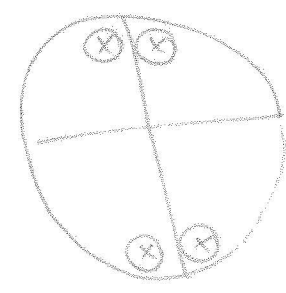
$(x, \frac{1}{2} - y, z) (\frac{1}{2} - x, \bar{y}, \frac{1}{2} + z)$

$(\frac{1}{2} + x, \bar{y}, \frac{1}{2} - z)$

$(\frac{1}{2} + x, \frac{1}{2} - y, \frac{1}{2} - z)$

$(\frac{1}{2} - x, \frac{1}{2} + y, \frac{1}{2} + z)$

projection



XL error
Error:
Operator:
Position:
IllegalOperatorSequence
BezierPath
500

5/- les positions qui ont
sur les éléments de symétrie
sans glissement
⇒ positions particulières.

⇒ Centre Inversion +
miroir ($y = 1/4$)

6/
il est holédrie

$$mmm = 222 + i$$

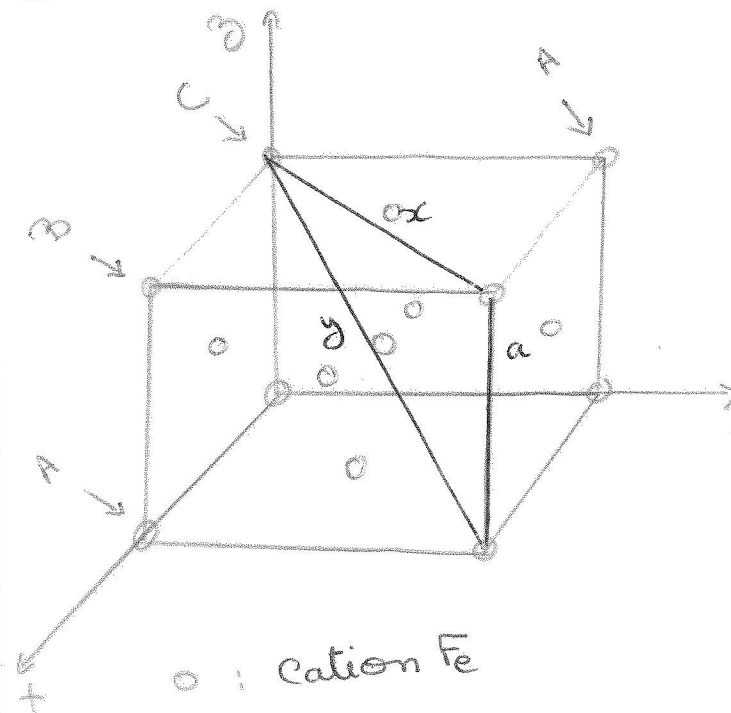
$$S = 1 + 3 = 4$$

$$S' = 2S = 8$$

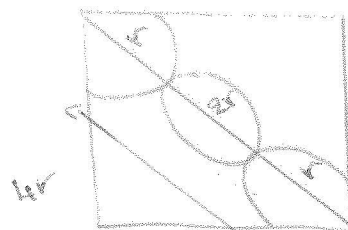


Cristallographie

⊗ Structures cubiques



a)
C.C. structure relachée e-à d
non compact



pour C.C. :
diagonale

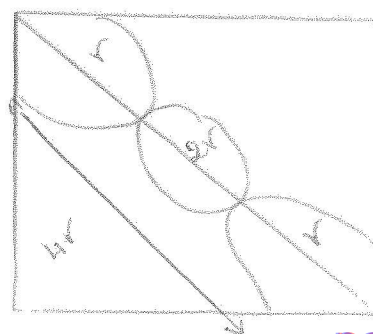
$$x^2 = y^2 + a^2$$

$$x^2 = 2a^2 + a^2 = 3a^2$$

$$x = a\sqrt{3}$$

$$4r_a = a\sqrt{3}$$

$$r_a = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

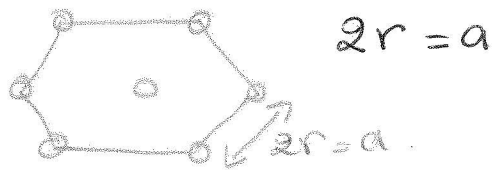


pour C.F.C. :
sur la face

$$4r_a = a\sqrt{2}$$

$$r_a = \frac{a\sqrt{2}}{4}$$

RQ : hexagonale



$$b) d = \frac{\rho(Fe) (g/cm^3)}{\rho(eau) (g/cm^3)}$$

sans unité

$$d = \frac{m}{V} = \frac{nM}{V \cdot a^3}$$

$$1 \text{ mol} \longrightarrow N_A$$

$$m \longrightarrow Z$$

$$n = \frac{Z}{N_A}$$

$$\text{d'où : } d = \frac{Z \cdot M}{N_A \cdot a^3}$$

pour C.C :

$$Z = \left(\frac{1}{8} \times 8\right) + 1 = 2 \text{ atom / Maille}$$

pour CFC :

$$Z = \left(\frac{1}{8} \times 8\right) + \left(\frac{1}{2} \times 6\right) = 4 \text{ atom / Maille}$$

c) - la compacité :

$$C = \frac{\text{Volume occupé par les atomes}}{\text{Volume de la maille}} \cdot 100$$

$$C = \frac{Z \cdot \frac{4}{3} \pi r^3}{a^3} \cdot 100$$

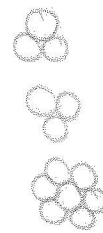
pour C.C : 60 %

pour CFC : 74 %

- la coordination :

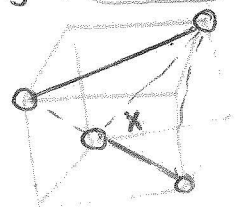
• C.C : chaque atome est entouré par 8 atomes : [8]

• CFC : [12]



d) - les sites [4] : CFC

[4]



x : site [4]

=> l'intersection du segment — et —

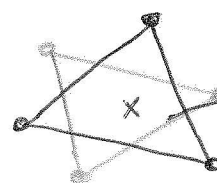
8 sites [4]

$$\left(\frac{3}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4}\right) \left(\frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4}\right) \left(\frac{3}{4} \frac{3}{4} \frac{1}{4}\right)$$

$$\left(\frac{1}{4} \frac{3}{4} \frac{1}{4}\right) \left(\frac{3}{4} \frac{1}{4} \frac{3}{4}\right) \left(\frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{3}{4}\right)$$

$$\left(\frac{3}{4} \frac{3}{4} \frac{3}{4}\right) \left(\frac{1}{4} \frac{3}{4} \frac{3}{4}\right)$$

- les sites [6] :



site [6]

avec rotation on obtient un octaèdre.

Il se trouve sur les arêtes et le centre

RR :

dans Empilement compact
CFC, HC.

$$\text{nbr } [4] = 2Z$$

$$\text{nbr } [6] = Z$$

$$\text{nbr } [6] = \left(\frac{1}{4} \times 12 + 1\right) = 4$$

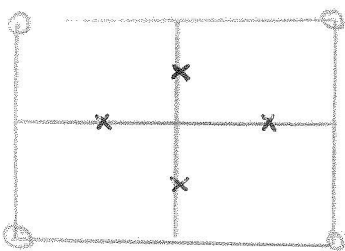
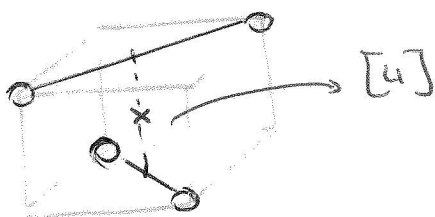
C.C

les sites [6]

- au centre des faces
- au milieu des arêtes

$$\begin{aligned} \text{nbr } [6] &= \left(6 \times \frac{1}{2}\right) + \left(12 \times \frac{1}{4}\right) \\ &= 6 \text{ sites } [6] / \text{Maille C.C.} \end{aligned}$$

les sites [4]



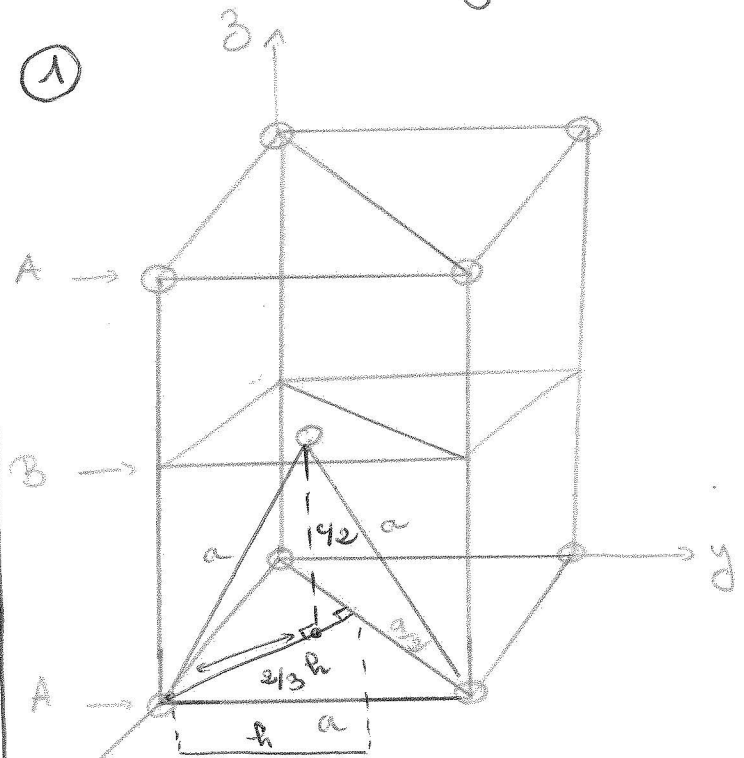
← face
x : site [4]

chaque faces contient
4 sites [4].

$$\Rightarrow 12 \text{ sites } [4] / \text{Maille C.C.}$$

* Structure Hexagonale

①



$$a^2 = \frac{c^2}{4} + \left(\frac{2}{3}h\right)^2$$

$$a^2 = \frac{c^2}{4} + \frac{4}{9}h^2 \quad (*)$$

$$\text{or } a^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$h^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

On remplace dans (*)

$$a^2 = \frac{c^2}{4} + \frac{4}{9} \cdot 3 \frac{a^2}{4}$$

$$a^2 = \frac{c^2}{4} + \frac{a^2}{3}$$

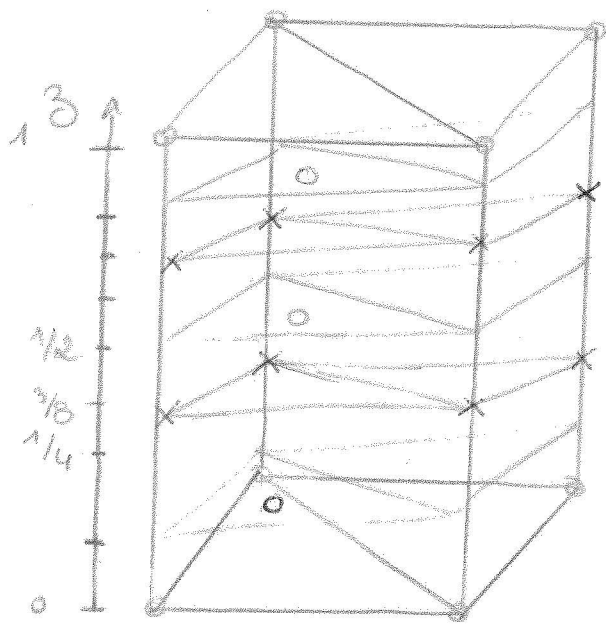
$$\frac{c^2}{4} = \frac{2}{3} a^2$$

$$c^2 = \frac{8}{3} a^2$$

$$c = \sqrt{\frac{8}{3}} a$$



$$\frac{c}{a} = \sqrt{\frac{8}{3}} = 1,63 \Rightarrow \text{HC. idéal}$$



○ Fe x site [4]

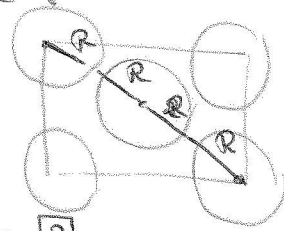
Il faut respecter $\alpha = 120^\circ$
dans la projection

1P	2P
X	*



Revision

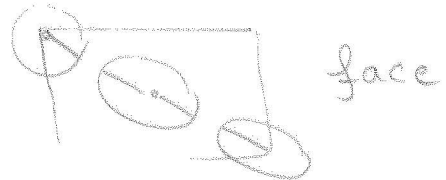
⊗ C.C :



$$4R = a\sqrt{3}$$

Coordination : [8]

⊗ C.F.C



$$4R = a\sqrt{2}$$

Coordination [12]

⊗ H.C :

- Maille Hexagonale

• 1 atome à chaque sommet :

$$12 \times \frac{1}{6}$$

• 1 atome à chaque centre des bases :

$$2 \times \frac{1}{2}$$

• 3 atome à $c/2$: 3×1

= 6 atomes / Maille

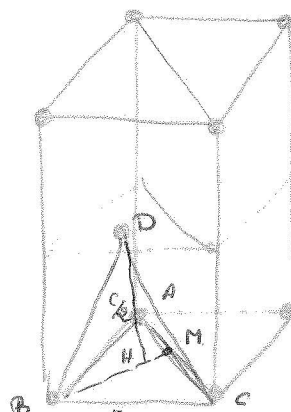
- Pseudo Maille

• 1 atome à chaque sommet :

$$8 \times \frac{1}{8}$$

• 1 atome à $c/2$: 1

= 2 atomes / Pseudo

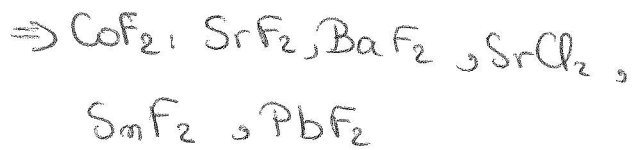
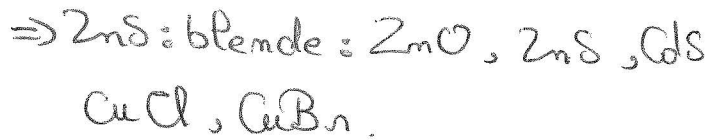


Volume :

$$V = a \times BM \times C$$

$$= a \times a\sqrt{\frac{3}{2}} \times 2\sqrt{\frac{2}{3}} a$$

$$= \sqrt{2} a^3$$



⊗ Motif par pseudo-maille HC.

- angle 120° partoge par 6 atome

- angle 60° partoge par 12 atome

$$Z = 4 \times \left(\frac{1}{6}\right) + 4 \times \left(\frac{1}{12}\right) + 1 = 2 \text{ motif}$$

$$\text{site}[4] = 4 \times \left(\frac{1}{3}\right) + 4 \times \left(\frac{1}{6}\right) + 2 = 4$$

$$\text{site}[6] = 2 \text{ (interieur)}$$



Corrigé TD cristallographie

A- STRUCTURES CUBIQUES

$$a=b=c$$

$$\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$$

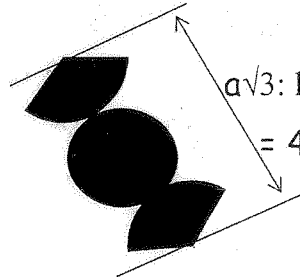
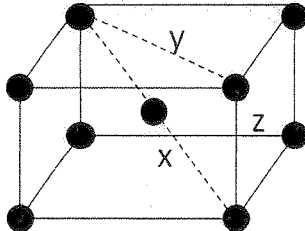
Fe α : cubique centré (C.C) $a_0 = 2.86 \text{ \AA}$

I- Fe cristallise sous 2 variétés :

Fe γ : cubique à faces centrée (C.F.C.) $a_0 = 3.56 \text{ \AA}$

a) Calcul du rayon atomique:

r(Fe α)



$a\sqrt{3}$: la grande diagonale de la maille

$$= 4 r(\text{Fe}\alpha)$$

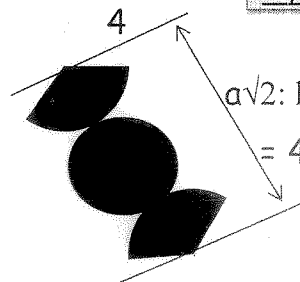
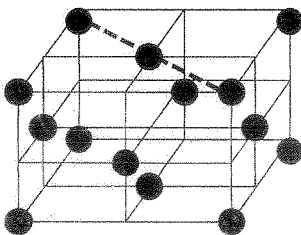
Pour le C.C. les atomes sont tangents (se touchent) selon la grande diagonale de la maille

$$x^2 = y^2 + z^2 = 2a^2 + a^2 = 3a^2 \Rightarrow x = a\sqrt{3}: \text{la grande diagonale de la maille}$$

$$\text{d'où } r(\text{Fe}\alpha) = \frac{a\sqrt{3}}{4} = \frac{2,86\sqrt{3}}{4} = \boxed{1,24 \text{ \AA}}$$

r(Fe γ)

Pour le C.F.C. les atomes sont tangents selon la diagonale des faces de la maille



$a\sqrt{2}$: la diagonale d'une face de la maille

$$= 4 r(\text{Fe}\gamma)$$

$$\text{d'où } r(\text{Fe}\gamma) = \frac{3,56\sqrt{2}}{4} = \boxed{1,26 \text{ \AA}}$$

b) Calcul de la densité du fer:

$$d(\text{Fe}) = \frac{\rho(\text{Fe})}{\rho(\text{eau})} \quad \rho(\text{eau}) = 1 \text{ g/cm}^3$$

$d(\text{Fe})$ est donc sans unité et on doit convertir \AA en cm

$$= \frac{\text{masse du fer}}{\text{le volume qu'elle occupe}} = \frac{m}{v} = \frac{nM(\text{Fe})}{a^3} = \frac{ZM(\text{Fe})}{N a^3}$$

$$\Rightarrow d(\text{Fe}\alpha) = \frac{Z(\alpha) M(\text{Fe}\alpha)}{N (a(\alpha))^3} = 7,92 \quad \text{Avec } Z(\alpha) = 8(1/8) + 1 = 2 \text{ atomes Fe}\alpha/\text{maille}$$

$$d(\text{Fe}\gamma) = \frac{Z(\gamma) M(\text{Fe}\gamma)}{N (a(\gamma))^3} = 8,21 \quad \text{Avec } Z(\gamma) = 8(1/8) + 6(1/2) = 4 \text{ atomes Fe}\gamma/\text{maille}$$

b) * Calcul de la compacité :

$$\text{La compacité } \mathcal{C} = \frac{\text{Volume occupé par les atomes de fer}}{\text{Le volume de la maille}} \times 100$$

$$= \frac{Z (4/3 \pi R^3)}{V} \times 100 = \frac{Z \times 4 \pi R^3}{3 a^3} \times 100$$

$$\Rightarrow \mathcal{C}(\text{Fe}\alpha) = 68 \%$$

$$\mathcal{C}(\text{Fe}\gamma) = 74 \%$$



* Calcul de la coordinnence : La coordinnence d'un atome dans une structure métallique; c'est le nombre d'atomes les plus proches voisins

→ Pour le Fe α qui cristallise dans le C.C. (empilement non compact) le fer se trouve au centre du cube donc entouré par 8 atomes de fer (4 atomes en bas et 4 atomes en haut) donc :

$$\text{la coordinnence (Fe}\alpha\text{/Fe}\alpha\text{)} = 8$$

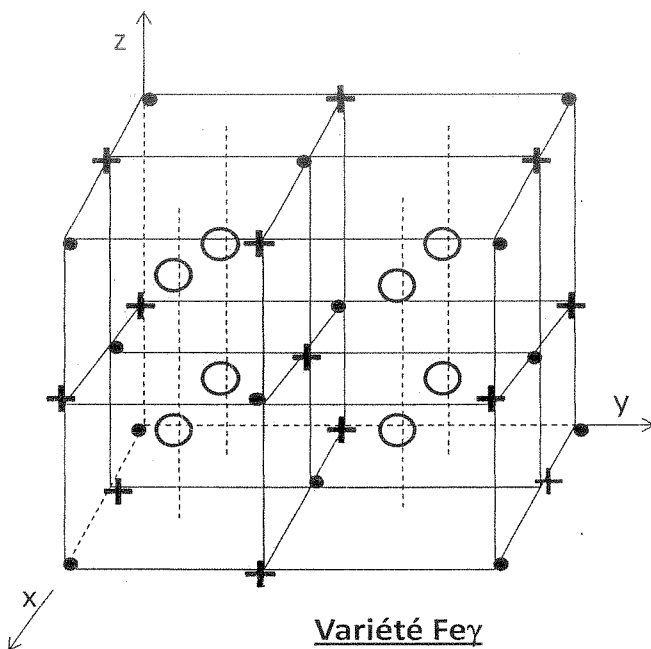
→ Pour le Fe γ qui cristallise dans le C.F.C. (empilement compact) le fer est entouré par 12 atomes du même plan d'empilement et 3 atomes du plan d'empilement suivant et 3 atomes du plan d'empilement précédant, donc le fer est entouré par 12 atomes de fer (6 atomes tangents à coté 3 atomes en bas et 3 atomes en haut) donc :

$$\text{la coordinnence (Fe } \gamma \text{/Fe } \gamma \text{)} = 12$$

C) Sites interstitiels :

ils existent deux sortes de sites : sites octaédriques [6] et sites tétraédriques [4].un site [6] est le centre d'un octaèdre formé par 3 atomes d'un plan d'empilement et 3 atomes du plan suivant ou précédant et un site [4] est le centre d'un tétraèdre formé par 3 atomes d'un plan et un atome du plan suivant ou précédant

Dans les empilements compacts (H.C. et C.F.C.) les sites [6] sont au nombre de (Z) et les sites [4] sont au nombre de 2(Z).



● : l'atome Fe γ

○ : site [4]

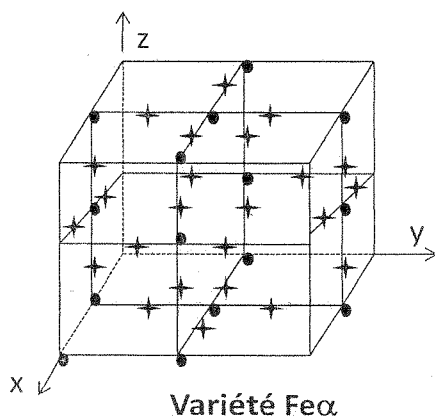
+ : site [6]

Coordonnées des sites [4]

$(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$ $(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4})$ $(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$ $(\frac{3}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4})$
 $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4})$ $(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{3}{4})$ $(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4})$ $(\frac{3}{4}, \frac{3}{4}, \frac{3}{4})$
 4   la cote $z = \frac{1}{4}$ et 4 à la cote $z = \frac{3}{4}$

Coordonnées des sites [6]

$(\frac{1}{2}, 0, 0)$; $(0, \frac{1}{2}, 0)$; $(0, 0, \frac{1}{2})$; $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

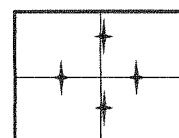


● : site [6] + : site [4]

Les sites [6] se trouvent au milieu des arêtes et aux centres des faces : $12 \times \frac{1}{4} + 6 \times \frac{1}{2} = 6$ sites [6] / maille C.C.

Les sites [4] se trouvent sur les faces, on a 4 sites [4] / face :

De la manière suivante:



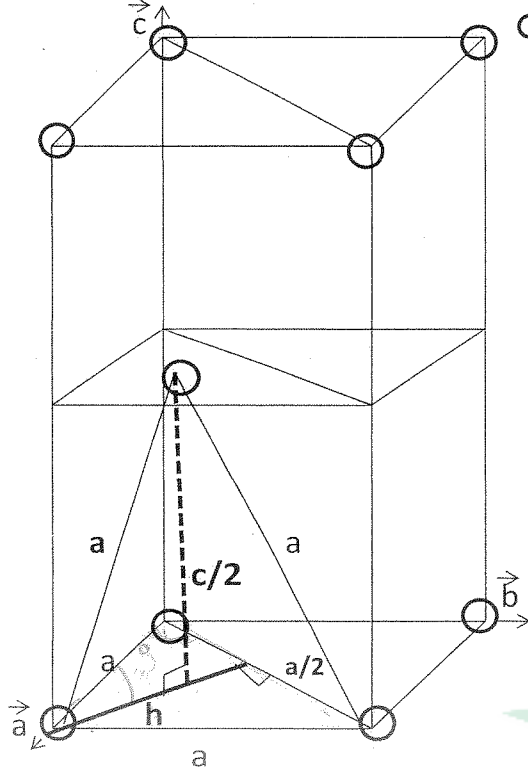
avec
+ : site [4]

$$(4 \times 6) \times \frac{1}{2} = 12 \text{ sites [4] / maille C.C.}$$

B- STRUCTURES HEXAGONALES

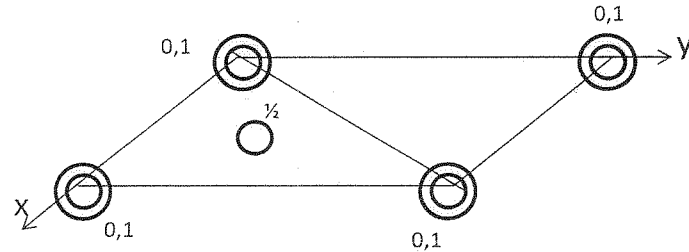
Si Mg cristallise dans une structure hexagonale compact idéale c'est que la condition suivante est vérifiée: $c/a = \sqrt{8/3} = 1,63$

1°) pseudo-maille (1/3 maille H.C.) en perspective (mode 3D) et sa projection sur (xoy):



○ : Mg

Projection sur le plan (x,y):



2°) Démonstration de $c/a = \sqrt{8/3}$:

Pour un H.C. idéal ce tétraèdre est régulier

$$(c/2)^2 + (2/3 h)^2 = a^2$$

$$\text{Or : } a^2 = h^2 + a^2/4 \Rightarrow h^2 = 3a^2/4$$

$$\text{Donc : } c^2/a^2 = 8/3$$

$$\text{D'où : } c/a = \sqrt{8/3} = 1,63$$



3°) * Compacité de Mg:

$$\text{La compacité } \mathcal{C} = \frac{\text{Volume occupé par les atomes de Mg}}{\text{Le volume de la pseudo-maille}} \times 100$$

$$\text{Le volume de la pseudo-maille: } v = (\vec{a} \wedge \vec{b}) \cdot \vec{c} = a b \sin(\vec{a}, \vec{b}) \cdot c = a^2 \sin(120^\circ) \cdot c = a^3 \sqrt{3}/2$$

$$\mathcal{C} = \frac{Z(4/3) \Pi R^3}{v} \times 100 \quad Z = 4(1/6) + 4(1/12) + 1(1) = 2 \text{ atomes Mg/ pseudo-maille}$$

$$\mathcal{C} = \frac{2(4) \Pi R^3}{3 \sqrt{2} \cdot a^3} \times 100 = \frac{2(4) \Pi R^3}{3 \sqrt{2} \cdot (2R)^3} \times 100 = 74 \%$$

* Coordination de Mg:

Mg est entouré de 12 atomes Mg voisins proches 6 du même plan 3 en dessus et 3 en dessous

La coordination de (Mg/Mg) = 12

4°) Calcul du rayon métallique de Mg :

$$d(\text{Mg}) = \frac{\rho(\text{Mg}) (\text{g/cm}^3)}{\rho(\text{eau}) (\text{g/cm}^3)} = \frac{Z M(\text{Mg})}{N v} \quad (\text{sans unité}) \quad \rho(\text{eau}) = 1 (\text{g/cm}^3)$$

$$1,74 = \frac{2 \times 24,3}{6,022 \cdot 10^{23} \sqrt{2} \times a^3} \Rightarrow a = 3,20 \cdot 10^{-10} \text{ m} \quad \text{or } a = 2R(\text{Mg})$$

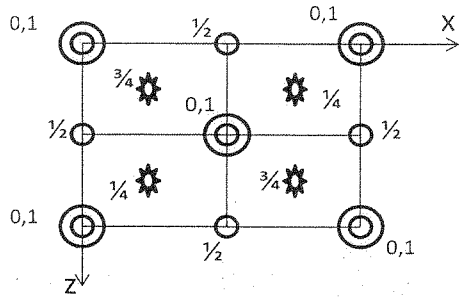
\Rightarrow

$$R(\text{Mg}) = 1,6 \text{ \AA}$$

C- STRUCTURES IONIQUES

Exercice 1: Structure type ZnS blende

Structure MnS en projection sur (010) ou (xoz) (l'axe \vec{oy} est \perp au plan)



1) a) coordonnées réduites des ions:

$$S^{2-} : (0,0,0); (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0); (0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}); (\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2})$$

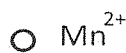
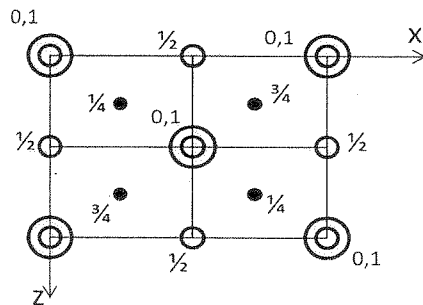
$$Mn^{2+} : (\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}); (\frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}); (\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}); (\frac{3}{4}, \frac{3}{4}, \frac{3}{4})$$

1) b) Translation pour que l'origine soit à Mn^{2+} :

Une translation $\vec{T} = \frac{1}{4}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b} + \frac{1}{4}\vec{c}$ (On ajoute $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$ à tous les coordonnées si dessus)

$$\Rightarrow S^{2-} : (\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}); (\frac{3}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}); (\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{3}{4}); (\frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4})$$

$$Mn^{2+} : (\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}); (0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}); (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0); (0, 0, 0)$$



On obtient un réseau cationique C.F.C. de Mn^{2+}
les anions occupent la moitié des sites
tétraédrique, entourés de 4 cations plus proches

Donc la coordinence de $S^{2-} / Mn^{2+} = 4$

b) Le nombre de groupement formulaires par maille et sa formule chimique :

D'après les coordonnées on a 4 S^{2-} / maille et 4 Mn^{2+} / maille

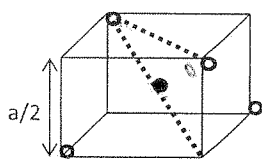
$$4 S^{2-} + 4 Mn^{2+} = 4 (S^{2-} + Mn^{2+}) = 4 MnS / \text{maille}$$

\Rightarrow formule brute : MnS $Z = 4 MnS / \text{maille}$

Justification:

$$\rho = \frac{Z \cdot M(MnS)}{N \cdot V} \Rightarrow Z = \frac{\rho \cdot N \cdot V}{M(MnS)} = \frac{3,29 \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \cdot (5,6 \cdot 10^{-8})^3}{(32,06 + 34,94)} = 3,999 \approx 4$$

d) distance anion-cation : On prend un petit cube d'arête $a/2$



$$d_{Mn^{2+}-S^{2-}} = \frac{a\sqrt{3}}{4} = \frac{5,60\sqrt{3}}{4} = 2,423 \text{ \AA}$$

2) a) avec l'origine en S : S forme un C.F.C. donc mode F
avec l'origine en Mn : S forme un C.F.C. donc mode F \Rightarrow Système cristallin mode F

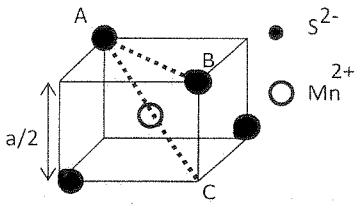
b) Compacité en fonction de R Avec $R = r_c / r_a$ (r_c : rayon cationique et r_a : rayon anionique)

$$C = \frac{\text{Volume occupé par les ions}}{\text{Volume de la maille}} = \frac{4 \cdot (4/3) \Pi (r_c^3 + r_a^3)}{a^3} \quad \text{Or } a = 4(r_c + r_a) / \sqrt{3}$$

$$C = \frac{\Pi \sqrt{3} (1 + R)^3}{4 (1 + R)^3}$$



Domaine de variation de R: il s'agit de trouver la condition théorique que doivent satisfaire les rayons ioniques pour que le composé MnS cristallise dans une structure type ZNS Blende



Selon AB : $a\sqrt{2}/2 \geq 2r_a$ et selon AC: $a\sqrt{3}/4 = r_c + r_a$

D'où la relation: $r_c/r_a \geq \sqrt{3}/2 - 1$

On obtient le domaine de variation de R pour une éventuelle cristallisation dans la structure blende:

$$\sqrt{3}/2 - 1 \leq R \leq \sqrt{2} - 1 \text{ ou } 0,225 \leq R \leq 0,414$$

Exercice 2: Structure type Antifluorine

K_2Te est une structure antifluorine où Te occupe les nœuds d'un réseau C.F.C. et K^+ occupe tous les sites tétraédriques. Avec $a = 8,17 \text{ \AA}$

1) a) position atomiques ou coordonnées réduites de K^+ et de Te^{2-} :

K^+ : $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}) ; (\frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}) ; (\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}) ; (\frac{3}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}) ; (\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}) ; (\frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}) ; (\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{3}{4}) ; (\frac{3}{4}, \frac{3}{4}, \frac{3}{4})$

Te^{2-} : $(0,0,0); (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0); (0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}); (\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2})$

b) nombre de motifs par maille :

K^+ : Les ions potassium occupent la totalité des sites [4] $\Rightarrow 8 K^+ / \text{maille}$

Te^{2-} : Les ions tellure forment un C.F.C. : $8(1/8) + 6(1/2) \Rightarrow 4 Te^{2-} / \text{maille}$

$$\text{on a donc } 4(2K^+ + 1Te^{2-}) \Rightarrow Z = 4 K_2Te / \text{maille}$$

c) coordinence :

Les ions potassium occupent des sites [4] donc la coordinence est 4, c'est une structure de forme A_2B , donc les ions tellure seront entourés de (2×4) donc de 8 ions potassium

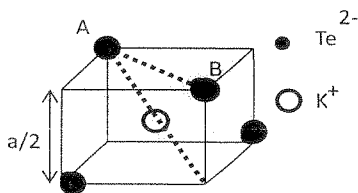
\Rightarrow la coordinence de K_2Te est [4,8]

2) a) Densité du cristal:

$$d(K_2Te) = \frac{\rho(K_2Te) (g/cm^3)}{\rho(eau) (g/cm^3)} = \frac{Z M(K_2Te)}{N_A v} \text{ (sans unité)} \quad \rho(eau) = 1 (g/cm^3)$$

$$= \frac{4 \times 205,8}{6,02 \cdot 10^{23} (8,17 \cdot 10^{-8})^3} = 2,51$$

b) parametre de la maille en fonction de r_a r_c (rayon anionique) et r_c (rayon cationique) :



$$a\sqrt{3}/4 = r_a + r_c$$

$$\Rightarrow a = 4(r_a + r_c) / \sqrt{3} = 8,17 \text{ \AA}$$

$$\Rightarrow a (\text{calculé}) = a (\text{donné})$$



Exercice 3: Structure type NiAs (composé SeFe)

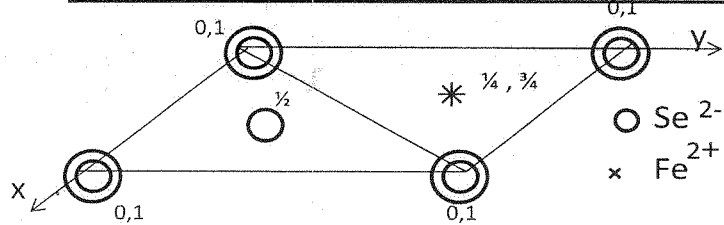
FeSe cristallise dans le système hexagonal type NiAs
 Se^{2-} forme H.C. , Fe^{2+} occupent tous les sites [6]

1) a) coordonnées réduites de chaque ion

Se^{2-} : (0,0,0) ; (2/3, 1/3, 1/2)

Fe^{2+} : (1/3, 2/3, 1/4) ; (1/3, 2/3, 3/4)

b) Projection sur le plan (001) ou (x o y):



2) motif et coordinnence de chaque ion

Motif: SeFe , Z?

Se^{2-} : $4(1/12) + 4(1/6) + 1 = 2 \text{ Se}^{2-}$ /pseudo-maille

Fe^{2+} : $2 \times 1 = 2 \text{ Fe}^{2+}$ /pseudo-maille

$\Rightarrow Z = 2$ ou 2 FeSe /pseudo-maille

Fe^{2+} occupe le site [6] donc coordinnence de Fe est [6],
 structure de type AB donc coordinnence de A = coord. B
 \Rightarrow Coordinnence FeSe= [6,6]

3) vérifions si FeSe cristallise dans un H.C. compact idéal ou parfait

$$\left[\frac{c}{a} \right]_{\text{Théorique}} = \sqrt{8/3} = 1,633 \text{ pour une structure H.C. idéale}$$

$$\left[\frac{c}{a} \right]_{\text{expérimental}} = \frac{5,96}{3,64} = 1,637 \Rightarrow \text{FeSe cristallise dans une structure H.C. idéale}$$

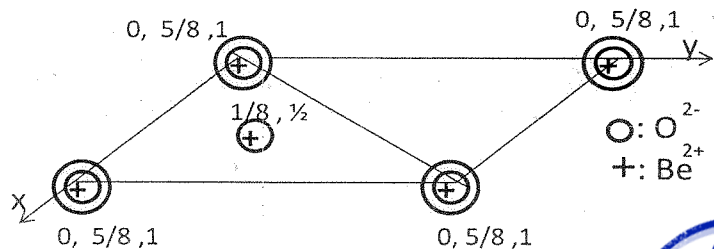
Exercice 4: Structure type ZnS wurtzite (composé BeO)

BeO cristallise dans le système hexagonal compact
 type ZnS wurtzite ; O^{2-} forme H.C. , Be^{2+} occupent la
 moitié des sites [4]

$$2) a = 2r(\text{O}^{2-}) = 2 \times 1,40 \Rightarrow \underline{a = 2,80 \text{ \AA}}$$

$$\text{Si } c/a = 1,633 \Rightarrow \underline{c = 4,57 \text{ \AA}}$$

3) Projection \perp [001] ou \perp OZ ou \parallel (XOY)



FIN

BON COURAGE

Pr. ZAKIA BELLEMKHANNATE

